

## AVANT-PROPOS



**N**ous présentons dans cet ouvrage un ensemble d'études sur la pensée et sur l'œuvre de Jean le Rond d'Alembert, « géomètre » (c'est-à-dire mathématicien et « physicien-mathématicien »), « philosophe » et encyclopédiste, l'un des penseurs les plus importants du siècle des Lumières, qui s'est distingué de manière éminente aussi bien dans le renouveau et le développement des sciences que dans celui des idées philosophiques en relation aux connaissances nouvelles et à l'esprit caractéristique de l'époque des « Lumières », que dans la lutte des idées qui devait aboutir à l'éclosion d'un monde intellectuel, social et politique rompant avec l'ancien et ouvrant pleinement les voies de la modernité. Il est symptomatique que, dans la période présente l'on s'intéresse de plus en plus, en philosophie et en histoire des idées, à des figures dont l'importance avait été jusqu'ici considérée comme plutôt secondaire, tant en sciences qu'en philosophie. Un intérêt accru pour l'origine effective du monde

présent, et le souci de revenir à une histoire réelle de ces origines et de ne plus se satisfaire de résumés reconstruits de manière schématique, voire idéologique, sont assurément à la source de ces nouvelles perspectives. D'Alembert est, dans ce mouvement d'ensemble, l'objet d'études de plus en plus nombreuses et approfondies, qui s'appuient aussi bien sur des relectures de textes déjà connus, dont on s'aperçoit qu'on n'en avait pas fait le tour, que sur l'examen de textes qui n'avaient jusqu'ici été que très peu étudiés, voire pas du tout.

Le présent ouvrage offre quelques unes des premières études produites dans cette période de ré-évaluation des contributions de d'Alembert. Les textes qui constituent les différents chapitres ont été présentés par leurs auteurs respectifs lors de diverses rencontres qui ont marqué la reprise du projet d'édition des œuvres critique des œuvres complètes du savant-philosophe, et dont les premières remontent à 1990. Le point de départ du présent recueil est la réunion d'Aix-en-Provence de 1990, où ont été exposées quelques-unes de ces études ; d'autres s'y sont ajoutées, préparées pour le Congrès International d'Histoire des Sciences qui s'est tenu à Saragosse en 1993, ou pour divers séminaires qui se sont tenus postérieurement. L'ensemble de ces contributions a été revu, certaines d'entre elles étant complètement remaniées, par les auteurs, en fonction de l'avancée de leurs recherches, en vue de la présente publication, de sorte qu'on peut affirmer que ces textes, tels que nous les présentons, sont en prise directe sur l'état actuel des recherches sur d'Alembert.

Le premier chapitre, qui ouvre la série des contributions, est un essai sur « Les recherches actuelles sur d'Alembert et l'édition de ses *Œuvres complètes* », dans lequel Michel Paty fait le point sur les travaux épistémologiques et historiques relatifs à la pensée et à l'œuvre de d'Alembert qui se sont multipliés surtout au cours de la dernière décennie. Ce renouveau d'intérêt est assurément lié à la réalisation effective d'un projet dont la nécessité se faisait vivement sentir depuis longtemps, et qui n'avait cependant pas encore pu être mené à bien : la publication des *Œuvres complètes* de d'Alembert. Ce penseur pourtant considérable et dont on commence à mesurer désormais beaucoup mieux la richesse des idées et des innovations, tant en mathématiques pures qu'en mécanique, en hydrodynamique et en astronomie, mais également sur le plan de la philosophie de la connaissance, ainsi que dans le domaine de la lutte des idées pour le « progrès des Lumières », méritait à l'évidence que son œuvre soit accessible de manière informée, c'est-à-dire par une édition munie de tout l'appareil critique désirable. D'autres raisons y concourent aussi, qui sont évoquées, notamment un approfondissement de la conception que l'on se fait de l'historicité des sciences.

Un certain nombre de traits marquants de la pensée de cet auteur sont d'ores et déjà apparus, à la faveur de ces travaux, qui renouvellent assez considérablement la vue que l'on en avait, le rendant beaucoup plus présent et vivant, aussi bien dans son travail créatif que dans le milieu des savants et des

penseurs de son époque. Michel Paty en évoque quelques uns. Il mentionne, pour les sciences exactes et mathématiques, son extrême inventivité dans la résolution de maints problèmes d'analyse. Il indique de nouvelles perspectives, très récentes, sur la genèse du « principe de d'Alembert » ou « théorème général de la dynamique » qui semble devoir beaucoup aux problèmes de résistance des fluides auxquels d'Alembert s'est attaqué dans ses toutes premières recherches. Il souligne, pour l'astronomie, la mise au point de méthodes très remarquables pour le calcul du mouvement de la Lune en relation au problème d'interaction de trois corps (et indique la découverte récente d'un manuscrit sur la Théorie de la Lune). Il insiste également sur la formulation entièrement originale par d'Alembert, avant Euler, d'une théorie de la mécanique des fluides basée sur l'invention et le développement des équations aux dérivées partielles, promues au rang d'une nouvelle branche de l'analyse au sens du calcul différentiel et intégral.

En offrant, dans le chapitre suivant, une bibliographie très à jour des œuvres publiées de d'Alembert, Anne-Marie Chouillet fournit aux chercheurs un outil de travail d'une extrême utilité. Cette utilité est évidente si l'on considère, tant que l'édition des *Œuvres complètes* n'est pas achevée (et elle ne pourra l'être avant de nombreuses années), la grande difficulté qu'il y a à localiser la majeure partie des travaux et des écrits de d'Alembert, dispersés dans des mémoires d'Académies, dans des revues et dans des ouvrages variés. À cet égard, les deux éditions d'*Œuvres* de d'Alembert, réalisées après sa mort, l'une

en 1805, l'autre en 1821, ne doivent pas faire illusion : tout d'abord, il ne s'agit que d'écrits non scientifiques, ensuite ils sont très souvent sans indication de la publication originale ou de l'identification du texte source, et enfin, ils sont évidemment très incomplets. Telle quelle, cette bibliographie, qui se base, sans s'y restreindre, sur celle fournie par Gérard Maheu en 1967, et qui est, certes, appelée à être complétée par la mise à jour de nouveaux documents, voire de manuscrits inédits (comme ce manuscrit de d'Alembert sur la théorie de la Lune datant de 1747 environ, découvert, récemment, d'ailleurs, par Anne-Marie Chouillet elle-même, et évoqué au chapitre 1), constitue actuellement une base de données pour la préparation de l'édition critique. Ajoutons qu'Anne-Marie Chouillet continue, avec autant de compétence érudite que d'abnégation, de mettre au point des outils de travail pour les chercheurs sur d'Alembert et plus généralement sur les Lumières, puisqu'elle prépare, avec Irène Passeron, un inventaire général de la correspondance de d'Alembert dont une première mouture paraîtra prochainement.

L'originalité de l'étude d'Élisabeth Schwartz, qui constitue le troisième chapitre, est de délaisser le terrain de l'analyse mathématique, objet de la plus grande partie des interventions du volume, pour s'interroger sur le statut de l'analyse chez ceux qu'on appelle alors les philosophes. Procédant à partir de la grammaire plutôt que de la mathématique ou de la mécanique, ils développent le projet d'une analyse de la pensée, ou de l'entendement, qui ne peut être effectuée que par le moyen du

langage. Il s'agit en fait d'une « méthode générale de connaissance », qui ne se « libère de ses attaches intuitives » qu'au prix de redoutables ambiguïtés. Relativement à la grammaire, une telle analyse révèle en effet un décalage entre la référence à une pratique scientifique extérieure et un usage intérieurement normatif, décalage constitutif d'une forme bien identifiée de l'idéologie scientifique<sup>1</sup>. L'idée de Condillac, qui sera développée par les Idéologues, est celle d'une grammaire philosophique. Mais, conçue comme analyse *naturelle* de la pensée, celle-ci se trouve condamnée à procéder par décomposition de la proposition, dans le cadre d'une théorie générale des *opérations* de l'esprit. Le cercle consiste ici à supposer le caractère naturel en l'homme d'un symbolisme dont l'essence s'épuise dans l'opérateur. D'où un déploiement de l'analyse dans l'étendue, support nécessaire à la communication de toute pensée articulée, dans le temps même où l'on vise, en fait, une théorie des opérations dont l'histoire montrera qu'elle ne peut se construire que sur des bases algébriques. Il en résulte, indirectement, un éclairage des positions philosophiques de d'Alembert dans leur ambiguïté et leur limitation — lequel fonde volontiers, comme la plupart de ses contemporains, l'analyse au sens scientifique, sur un statut naturel des concepts, et l'idée de conditions naturelles d'application.

---

1. On se situe donc ici dans un domaine charnière, médiation entre l'histoire des sciences, l'histoire des idées et l'histoire de la philosophie.

Dans le quatrième chapitre, sur « Calcul et métaphysique du calcul : la question des principes de l'analyse au XVIII<sup>e</sup> siècle », le propos d'Alain Michel est général : il concerne l'objet même de l'activité de d'Alembert comme savant, et l'usage, à la fois pratique et réflexif, qu'il fait du calcul. Il s'agit d'essayer de délimiter ce qu'a été le champ de l'analyse, en tant qu'elle est héritière de ce calcul, et de préciser la signification d'une expression qu'on trouve constamment sous la plume des auteurs du temps, à propos d'une science en général, celle de « métaphysique du calcul ». Les textes de l'*Encyclopédie* montrent un élargissement considérable du domaine investi par ce dernier, qui s'étend désormais jusqu'à englober l'ensemble des opérations de l'algèbre. Sanctionnant l'évolution représentée par les grands traités d'Euler, ils expriment en fait une véritable mutation de sens, dont il revient à la « métaphysique du calcul » de fournir une expression convenable. Comme celle de toute science, celle-ci a en effet pour objet l'élucidation des principes, et pour finalité l'élimination de la fausse métaphysique, qui obscurcit les notions primitives, au profit de la vraie, qui les éclaire. Alain Michel cherche à montrer que le phénomène historique majeur est ici la séparation de l'analyse d'avec la géométrie, et sa constitution en discipline autonome. C'est de ce phénomène que témoigne, au premier chef, le « formalisme » eulérien. Au regard de l'achèvement que représente, de ce point de vue, les travaux d'Euler, les textes, tant scientifiques que philosophiques, de d'Alembert manifestent une certaine incapacité à s'affranchir

de la référence à la géométrie, en rapportant toute méthode à l'objet, lui-même inscrit dans la nature. Ils expriment surtout la difficulté qu'on éprouve à penser une autonomie réelle du calcul. Le problème était sans doute plus profond que ne le pensaient d'Alembert et ses interlocuteurs. C'est celui du mode possible de représentation d'un objet mathématique devenu indépendant de l'objet naturel, et il sera repris à nouveaux frais par Kant. Dans la lignée d'Euler, les mathématiciens qui suivront — au premier chef Lagrange — chercheront à légitimer l'analyse de l'intérieur, par ses méthodes mêmes. Les incertitudes de la position de d'Alembert restent liées aux ambiguïtés, sans doute irréductibles, du discours sur la « métaphysique des sciences ».

Dans le cinquième chapitre, Véronique Le Ru retrouve d'un autre biais les réflexions de d'Alembert sur le fondement du calcul infinitésimal, dont on a vu qu'elles recouvrent ce que les auteurs du temps appellent la « métaphysique du calcul ». Son propos est de s'appuyer sur cet exemple pour tenter de caractériser le style, au sens de Granger, de la pensée scientifique de d'Alembert. Deux traits le caractérisent. D'abord son caractère opérationnel, voire pragmatique : on donne des définitions contextuelles, en s'attachant à dissocier, à l'intérieur même du contexte, le noyau scientifique de son prolongement métaphysique éventuel. Ensuite, l'effort de mathématisation : le noyau définitionnel repose autant que possible sur une quantification de l'observable. C'est ce dont la définition d'alembertienne de la limite donne un excellent exemple, dans



son double usage, mathématique, de restriction rigoureuse aux rapports de grandeurs (dont on prend la limite) et philosophique, de « nettoyage » métaphysique. V. Le Ru étudie dans cette perspective les textes de d'Alembert relatifs à la critique des preuves, notamment lockienne et leibnizienne, de l'existence de Dieu — occasion de montrer que les traits de style dégagés à propos du travail scientifique se retrouvent dans ce qui peut être considéré comme un exercice de pensée philosophique.

Christian Gilain se penche, dans le sixième chapitre, sur les recherches de D'Alembert concernant l'intégration des expressions différentielles à une variable. Il examine les deux premiers mémoires de mathématiques de d'Alembert soumis à l'Académie des sciences en 1739 et 1740 (dès l'âge de 21 ans). Les manuscrits en ont été perdus, mais peuvent être reconstitués à l'aide de l'analyse qu'en ont fait les rapporteurs, et de leur utilisation par Bougainville dans son *Traité de Calcul Intégral*. Le jeune savant y fait déjà montre d'un grand souci de rigueur et d'inventivité dans le traitement des expressions imaginaires. C. Gilain examine ensuite les mémoires plus connus sur le calcul intégral de 1745 et 1746, sur l'intégration des fractions rationnelles, en mettant en évidence l'inspiration reçue du *Traité des Fluxions* de MacLaurin (sur la classification des fluentes, et l'intégration de différentielles irrationnelles à l'aide d'arcs de coniques), et comment d'Alembert suit en même temps une voie propre et originale en développant tout à la fois un raisonnement systématiquement analytique et des

calculs purement algébriques. Ces travaux de d'Alembert se situent aux débuts de l'histoire des intégrales et des fonctions elliptiques, ce qui avait généralement été ignoré par l'historiographie. Christian Gilain conclut son étude en soulignant ce que ces premiers travaux de d'Alembert sur l'intégration nous révèlent de la personnalité (ou du style) mathématique de leur auteur : souci de rigueur, volonté de fonder et de structurer les domaines considérés, importance donnée à l'algèbre, intérêt pour les questions de mathématiques pures.

Le septième chapitre porte également sur l'œuvre mathématique de d'Alembert, resituée dans un ensemble de travaux contemporains, pour un domaine particulier, parfaitement nouveau à l'époque : Christian Houzel propose une présentation des développements sur les équations aux dérivées partielles au cours de la période relativement longue qui va de 1740 à 1780, au cours de laquelle on voit d'Alembert introduire le concept d'équation différentielle aux dérivées partielles à partir de problèmes de mécanique des milieux continus et y reconnaître d'emblée un nouveau secteur du calcul différentiel et intégral, qu'il a lui-même traité par des méthodes strictement analytiques ; ce secteur a été ensuite, pendant la période considérée, enrichi des contributions d'Euler, de Lagrange, de Laplace, Legendre et d'autres, avec l'apparition de considérations géométriques. C. Houzel commence son évocation avec la considération des oscillations d'un fil pesant suspendu, repris par d'Alembert à partir des travaux de Jean et de Daniel Bernoulli, et formulé par lui pour

le cas continu par le concept d'équation aux dérivées partielles, dont les premières intégrations se trouvent dans la troisième partie de ses *Réflexions sur la cause générale des vents*, et qui sont systématiquement étudiées et utilisées dans son *Essai d'une nouvelle théorie de la résistance des fluides*. C. Houzel aborde ensuite le problème des cordes vibrantes et des fonctions arbitraires, inauguré par d'Alembert et repris par Euler, où la question des fonctions arbitraires solutions de l'équation fut l'objet d'une controverse mémorable entre les deux savants, mettant en jeu le contenu du concept de fonction et le domaine d'application du calcul différentiel et intégral. Lagrange, très jeune encore, intervient dans cette controverse, tentant de concilier les deux points de vue, puis Condorcet et Laplace interviennent à leur tour. Enfin, C. Houzel examine les systématisations ultérieures de la théorie, à partir des années 1760, tant par d'Alembert et Euler que par leurs successeurs. Les interprétations géométriques de la théorie, œuvre de la génération suivante permirent une compréhension approfondie des méthodes de d'Alembert et d'Euler.

C'est encore de la théorie des équations différentielles aux dérivées partielles que traite Gérard Grimberg dans le huitième chapitre, mais cette fois dans son rapport à la constitution d'une théorie de l'hydrodynamique, mise en forme analytique. Il analyse pour la première fois le manuscrit latin de 1749 qui a précédé l'ouvrage de 1752 sur la résistance des fluides, vérifiant ainsi que l'essentiel des résultats de ce dernier *Traité* figurent déjà dans le premier ce qui assure incontestablement la priorité

de d'Alembert sur Euler dans ce domaine, les travaux décisifs de ce dernier, notamment ceux concernant les équations qui portent son nom, étant tous postérieurs à 1749. Après une notice historique qui permet de situer les circonstances dans lesquelles a eu lieu cette avancée théorique, G. Grimberg procède à une analyse conceptuelle de l'introduction des équations aux dérivées partielles en hydrodynamique, en commençant par rappeler les travaux antérieurs sur l'hydrostatique et montrant que, déjà dans ces problèmes, l'originalité de la méthode de d'Alembert se fait jour (par rapport aux travaux de Clairaut), par son introduction des dérivées partielles pour exprimer la condition de l'équilibre des fluides. G. Grimberg décrit le raisonnement physique qui conduit d'Alembert à introduire ces équations dans le problème de la détermination de la résistance. Il étudie ensuite la méthode employée pour résoudre ces équations, y retrouvant davantage une influence de Fontaine et de Clairaut que d'Euler lui-même (son travail porte la marque, dans les méthodes mathématiques, de l'influence de « l'école française » du calcul différentiel de la première moitié du XVIII<sup>e</sup> siècle). Son approche *fonctionnelle* des dérivées partielles est très différente des calculs et du formalisme des équations *modulaires* d'Euler pour des courbes paramétrées. Un résultat important de l'étude de G. Grimberg est la mise en évidence, dans le travail de d'Alembert de ce que l'on peut appeler un « champ des vitesses », soumis à des équations différentielles, ce qui montre bien qu'il s'agit là d'une première approche de la mécanique des milieux continus.

G. Grimberg termine son étude en examinant l'influence (qui fut décisive) de l'ouvrage de d'Alembert sur les travaux d'Euler, qui sont restés comme la formulation classique de la mécanique des fluides.

On change de thème avec le neuvième chapitre, où Jean-Pierre Sérís traite du problème de la manœuvre des vaisseaux. C'est un thème qui peut apparaître mineur, autant que désuet, à un lecteur de la fin du XX<sup>e</sup> siècle. Cependant, pour un faisceau de raisons historiques assez claires, il était fort débattu au XVII<sup>e</sup>, et il offre un exemple typique de problème d'application : c'est à dire d'application de la théorie, électivement ici de l'analyse mathématique, à l'expérience, au sens où nous l'entendons. C'est donc assez naturellement que notre regretté collègue Jean-Pierre Sérís en avait fait le point de départ d'une recherche plus générale sur le statut exact qu'accordaient les savants du XVIII<sup>e</sup> siècle, et en particulier d'Alembert, à ces « mathématiques mixtes » qui sont tout à la fois, pour l'analyse, une source indéfiniment féconde de problèmes, et un champ privilégié d'application. J.-P. Sérís constate le silence, sur ce problème, de celui qui fut un des premiers théoriciens de l'hydro-dynamique, en même temps qu'un membre actif de l'Académie des sciences, pour ne pas parler de l'*Encyclopédie*. Une telle défection, qui contraste avec l'intérêt actif d'un Euler et d'un Daniel Bernoulli, étonne. Après avoir rappelé les étapes de développement du traitement du problème, et les occasions, assez nombreuses que d'Alembert avait eues de s'y intéresser,

J.-P. Séris cherche des explications. L'investigation, conduite avec rigueur et minutie, l'amène à préciser l'idée que d'Alembert se faisait de la mathématique mixte, et en général du rapport de la théorie à l'expérience. Elle porte tous ses fruits lorsqu'elle parvient à dégager, des différentes prises de position de d'Alembert, toute une épistémologie implicite, qui compose une orientation sur les principes et l'abstrait, plutôt que sur les applications et le concret, une défiance vis-à-vis de l'anticipation de la théorie sur la pratique, jugée souvent prématurée, et une conscience aigüe des limites, sur ce terrain de l'application pratique, de l'analyse géométrique. Cette épistémologie a pu jouer, sur le cas particulier du problème envisagé, le rôle d'obstacle, et peut expliquer, de manière plus générale, les limites, voire les insuffisances, de notre auteur, qui éclatent lorsqu'on le compare avec tel de ses contemporains, au premier rang desquels on trouve, bien entendu, Euler.

Le dixième chapitre porte sur ce même domaine des « sciences mixtes » : Patrice Bailhache a choisi de s'intéresser à la théorie de la musique. S'il est vrai, comme tendait déjà à le montrer l'étude de J.-P. Séris, qu'en matière d'histoire la lumière ne peut venir que d'une étude comparative, on trouve ici le terrain préparé, puisque l'essentiel des conceptions de d'Alembert se trouve exposé à l'occasion d'un examen d'écrits antérieurs de Rameau, et largement en réaction à des études, contemporaines cette fois, d'Euler. Rameau avait notamment publié, en 1722, un *Traité d'harmonie réduite à ses principes naturels*,

et c'est pour répondre à une demande formulée en 1750 par l'Académie des sciences que d'Alembert rédige, dans les deux ans qui suivent, ses *Éléments de musique suivant les principes de M. Rameau*. P. Bailhache montre que la caractéristique du travail de d'Alembert consiste ici, au rebours de son activité de théoricien de la mécanique, dans un refus délibéré, et théorisé, de la mathématisation, et même de la démonstration. Les raisonnements qu'il développe sont tout entiers d'analogie et de convenance. C'est ce qui l'oppose, une fois de plus, à Euler, qui, dans son *Tentamen* [...], donne une explication intégralement mathématique de la consonance et des accords. Pour d'Alembert, la science de la musique est toute entière une physique, et, si l'on trouve, chemin faisant, chez d'Alembert, des jalons pour s'acheminer vers des conceptions positives, on ne peut dire non plus que la leçon de cet examen des *Éléments* [...] nous éloigne tellement de celle donnée précédemment par J.-P. Séris à propos de la manœuvre des vaisseaux : celle d'une grande prudence quant à la portée physique de la théorisation mathématique.

Nous avons enfin choisi, pour clore l'ouvrage, avec le onzième chapitre, d'élargir et de diversifier le point de vue en prenant pour thème l'œuvre d'un autre mathématicien, très représentatif de la période. L'étude de Clara-Sylvia Roero sur Jacob Hermann, dont la période d'activité est un peu antérieure à d'Alembert, permet de restituer le contexte de réception du calcul infinitésimal, et de donner en quelque sorte un élément de médiation entre la version leibnizienne de ce dernier et ce

qui allait devenir, entre les mains d'Euler et de d'Alembert, cet incomparable outil mathématique qu'est l'analyse. Le rôle, souvent méconnu, de ce mathématicien suisse, moins célèbre que les Euler ou Bernoulli, n'a pas seulement consisté à diffuser le calcul leibnizien, en répondant aux attaques dont il était l'objet. Il a été aussi de montrer sa fécondité de son usage dans toutes des branches de la science. Si la plupart des principes et théorèmes de son ouvrage le plus connu, la *Phoronomie (Phoronomia sive de viribus et motibus corporum solidorum et fluidorum libri duo, 1716)*, sont encore formulés, comme ceux des *Principia...* de Newton, dans le langage de la géométrie, Hermann revient au calcul différentiel dans les *Scholies*, dès qu'il s'agit d'application à des problèmes de mécanique. On sait aussi qu'il a travaillé jusqu'à la fin de sa vie à ce qui devait constituer un *Traité général d'Analyse*. En nous procurant en quelque manière une image de ce qui fut l'héritage analytique de toute une génération de mathématiciens, l'œuvre de Hermann, dont Cl.-S. Roero nous décrit quelques aspects essentiels, permet en même temps de mesurer la grandeur du pas que la mécanique, la première des sciences des mathématiques mixtes, a franchi avec d'Alembert et Euler.

L'ensemble des contributions qu'on va lire constitue donc un échantillon représentatif de quelques unes des directions actuelles des études sur d'Alembert. Le développement des recherches sur la pensée et l'œuvre de cet auteur, en relation à l'élaboration de l'édition critique de ses *Œuvres complètes*, nous



fait espérer que le présent ouvrage sera bientôt suivi d'autres, nombreux et divers, au fur et à mesure de l'avancée de notre connaissance de ce savant et penseur d'une importance considérable. Nous le concevons comme un premier jalon sur une route que l'on entrevoit déjà riche de renouvellements et de découvertes.

**Alain MICHEL et Michel PATY**

*Université de Provence*

*Équipe REHSELS (UMR 7596), CNRS  
et Université Paris 7-Denis-Diderot*

