In *Fundamenta scientiae* 10, 1989 (n° 1, Numéro spécial en hommage à Ludovico Geymonat), 35-55. Egalement : *Revue de l'enseignement philosophique*, 40e année, n°3, janvier-février 1990, 73-89.

Interprétation et construction dans le rapport des mathématiques à la physique.

par

MICHEL PATY.

SOMMAIRE.

1. INTRODUCTION. UN RAPPORT D'ADEQUATION ENIGMATIQUE.

Les mathématiques et la physique entretiennent un rapport privilégié, dont témoigne le succès remarquable de l'application de théories mathématiques dans l'étude de problèmes physiques : succès dans le calcul de la *reproduction* théorique de phénomènes constatés, et, plus significatif encore, dans la *prédiction* de phénomènes jusqu'alors inobservés, ou inaperçus, ou même impensés[1]. La théorie du système solaire de Newton à Laplace et à Poincaré, la théorie de la relativité générale et ses tests (aux trois tests initiaux [2] sont venus s'ajouter récemment de nombreux autres en astrophysique contemporaine[3]), la théorie quantique de la matière, de la physique atomique à ses récents prolongements en physique des champs et des particules qui font intervenir la théorie mathématique des groupes de symétrie ou d'invariance, sont quelques exemples parmi bien d'autres, suffisamment frappants pour parler d'eux-mêmes.

Mathématiciens, physiciens et philosophes s'étonnent de cette extraordinaire adéquation que ne suffit pas à expliquer le fait que bien des développements des mathématiques ont leur source dans des problèmes posés par la physique. Car les mathématiques sont depuis longtemps une discipline autonome, qui se développe et investit de nouveaux domaines suivant des exigences qui lui sont propres. De nouveaux êtres mathématiques, inventés *in abstracto,* s'avèrent éventuellement susceptibles d'applications fécondes en physique.

D'une certaine façon, les mathématiques, considérées en elles-mêmes, sont un pur produit de la pensée, sans relation au monde physique réel, et en tout cas indépendant de l'expérience. C'est précisément à ce caractère de leurs objets d'être des créations totalement abstraites que leurs propositions doivent leur vérité et leur exactitude. En même temps, ces formes de pensée pure que sont les concepts, les propositions et les théories mathématiques échappent au sujet qui les formule, exprimant une nécessité qui leur est propre, marquée par leur consistance interne. Les formes découvertes par le raisonnement mathématique ne sont pas données à l'avance, dans une sorte d'intuition du sujet qui les a inventées et ne se dévoilent qu'au travers d'un travail de la pensée (les démonstrations) qui, peu à peu, découvre en quelque manière une "réalité", la *réalité mathématique* : mais celle-ci est totalement distincte de la réalité du monde physique, elle est indépendante de l'expérience qui constitue le test d'adéquation de la théorie physique aux objets que cette dernière prétend décrire.

Pourtant, ce sont ces mêmes mathématiques "qui confèrent aux sciences exactes de la nature le degré de certitude auxquelles elles parviennent et qu'elles ne pourraient atteindre autrement" (Einstein 1921 a). Le terme d'*énigme* est celui-là même qu'employait Einstein, évoquant ainsi le problème : "Ici surgit une énigme qui a fortement troublé le chercheurs de tous les temps. Comment se fait-il que les mathématiques, qui sont un produit de la pensée humaine et qui sont indépendantes de toute expérience, s'adaptent d'une manière si admirable aux objets de la réalité? La raison humaine serait-elle ainsi capable, sans recourir à l'expérience, par le seul exercice de la pensée, de sonder les propriétés des objets réels ?" Einstein, pour sa part, situait la réponse sous la considération suivante : "Pour autant que les propositions des mathématiques se rapportent à la réalité, elles ne sont pas certaines, et pour autant qu'elles sont certaines, elles ne se rapportent pas à la réalité" (Einstein 1921 a). Cette remarque sert de liminaire à son analyse des rapports de la géométrie à la physique, sur laquelle nous allons revenir.

Considérant cette adéquation, et son caractère que l'on peut continuer à juste titre de qualifier d'énigmatique [4], nous nous trouvons ici confrontés à deux questions qui surgissent d'elles-mêmes. La première est de savoir si cette adéquation peut être décrite en général, sans tenir compte de la spécificité des cas et des périodes historiques, sans référence aux systèmes particuliers de rationalité physique et mathématique définis à un stade donné de l'élaboration des objets de ces sciences. La seconde, de savoir de quelle adéquation l'on veut parler au juste, c'est-à-dire entre quels termes cette adéquation est effective : s'agit-il d'une adéquation dans l'*interprétation* (physique) des mathématiques, ou dans la *construction* (mathématique) de la théorie physique ?

Sur la première de ces questions, contentons-nous ici d'indiquer que tout ce que nous pouvons dire avec quelque certitude de cette adéquation, c'est qu'elle est effective en tels moments donnés, historiquement situés, relativement à telles formes mathématiques précises et à tels types de problèmes physiques définis. Les lois de la mécanique des corps solides bénéficient, au temps de Newton et de Leibniz, de l'invention du calcul differentiel ; celles de la mécanique des fluides au dix-huitième siècle, puis, au siècle suivant, de la théorie électromagnétique, par exemple, ne sont obtenues que grâce à l'invention et à l'utilisation du calcul aux dérivées partielles ; la théorie de la relativité générale trouve à sa disposition, pour se constituer, les instruments mathématiques qui correspondent aux géométries non-euclidiennes. L'adéquation est, dans ces cas, toujours située, liée au genre de problème de physique considéré, descriptible par un type de mathématique donnée. Tout se passe comme s'il y avait, pour tel domaine et à telle époque, un "système" de la mathématique et de la physique (ou, plus généralement des "applications" de la mathématique). L'adéquation est relative à un tel système, et ne peut être décrite qu'en termes de ce système.

D'une manière plus générale, il semble bien que l'on doive répondre négativement à cette première question (c'est d'ailleurs cet aspect négatif qui fait la justesse de la qualification d'*énigmatique* pour le rapport d'adéquation des mathématiques à la physique). Nous sommes condamnés, pour ainsi dire par définition, à ne pas savoir le fin mot de l'énigme, et à devoir reconsidérer le problème à chacune des étapes et pour chacun des domaines. Si nous disposions d'une solution générale, valable de toute éternité pour la physique et les mathématiques considérées chacune dans leur ensemble, et dans leur unité, cela voudrait dire que l'on saurait d'emblée ce qu'est le monde physique "dans son essence", par une transparence totale (déjà réalisée) du monde à la pénétration ou à l'illumination mathématique. Dans le même temps, on saurait, réciproquement, ce qu'est cette consistance ou réalité des mathématiques [5] qui les fait échapper à la caractérisation du sujet.

Quant à la seconde question, c'est elle qui va nous occuper dans les lignes qui suivent. Aussi bien les débats philosophiques sur les rapports de la physique et des mathématiques, tels qu'ils se sont exprimés pour l'essentiel au cours de ce siècle, l'ont-ils été en termes de la nature de l'*interprétation* des mathématiques qui conduit à la formulation d'une théorie physique susceptible de soumission à l'épreuve de l'expérience. Au vrai, deux théories physiques "révolutionnaires" et particulièrement puissantes en ont été l'occasion : la théorie de la relativité générale d'une part, qui, précisément, géométrisait la physique ; la théorie quantique d'autre part, qui conduisait à une "interprétation" particulèrement problématique de l'utilisation de la théorie mathématique des probabilités. Chacune de ces théories suscite d'une manière qui lui est propre le problème de l'interprétation ou de la construction. Nous nous concentrerons d'abord et surtout sur la première, qui a suscité les considérations les plus directes sur le rapport d'adéquation des mathématiques "à l'expérience", rappelant les termes du débat, puis tentant de remonter à sa source (du moins, à l'une de ses sources), à savoir ce que fut le processus réel de l'élaboration d'une physique géométrisée. Les leçons que nous en tirerons pourront éclairer d'un jour quelque peu nouveau le cas, bien spécifique, relatif à la seconde théorie, c'est-à-dire à l'utilisation des probabilités en physique.

2. LA QUESTION DU CARACTERE REEL DES GEOMETRIES NON-EUCLIDIENNES, DE GAUSS A POINCARE.

Le problème de l'absence d'une démonstration du cinquième postulat d'Euclide sur les parallèles, qui avait préoccupé de tous temps les mathématiciens, et qui au dix-huitième siècle encore avait pu être qualifié de "scandale des géomètres" par d'Alembert, s'est trouvé résolu, comme on sait, au début du dix-neuvième, quand, vers 1926-1830, chacun de son coté, N.J. Lobatchevski et J. Bolyai (à vrai dire précédés par K.F. Gauss, dès 1792 semble-t-il[6]), démontrèrent qu'il était possible de "construire, avec une hypothèse différente, une géométrie complète, sans lacune et sans contradiction" (Gonseth 1926, p. 79). Le caractère indémontrable du cinquième postulat était démontré par le fait même qu'il était possible, sur le plan formel, de construire d'autres géométries, tout aussi rigoureuses, qui s'en passaient.

Dès lors que des géométries non-euclidiennes étaient possibles comme formes abstraites de pensée, se trouvait posé le problème de leur réalité, c'est-à-dire de leur conformité avec l'espace réel, celui de l'univers physique. C'est précisément ce que Gauss, aussi bien que Lobatchevski, avaient en vue lorsqu'ils envisageaient des expériences pour voir si la somme des angles d'un triangle plan de grandes dimensions, constitué sur la surface terrestre, ou déterminé astronomiquement, était bien 180 ° [7].

Une préoccupation de cette nature est également au soubassement de tout le travail de B. Riemann, comme on peut le voir à l'exposé qu'il en a donné dans son texte de 1854, "Sur les hypothèses qui servent de fondement à la géométrie" (trad. fr. in Riemann 1968, p. 280-297). Riemann y démontre que les propositions de la géométrie, en tant qu'elles portent sur l'espace conçu comme une grandeur *étendue* à trois dimensions, sont nécessairement tributaires de l'*expérience* (donc portant sur l'espace *physique*) : il s'agit en l'occurrence de la détermination de la courbure de l'espace en considérant des *corps* et des *rayons lumineux* . Si l'espace est une variété continue, il faut chercher, concluait Riemann, le fondement de ses rapports métriques "en dehors de lui, dans les forces de liaisons qui agissent sur lui" ; l'examen des propriétés de l'espace nous conduit *nécessairement* des concepts généraux des mathématiques au "domaine d'une autre science (…), la physique".

Hermann Weyl donnait, de l'indépendance, impensable aux yeux de Riemann, de l'espace de la géométrie par rapport aux objets réels, l'image que voici : ce serait "comme si le réel entrait dans l'espace comme dans une maison louée". Il indiquait que, pour Riemann, "contrairement à la croyance habituelle (…), *l'espace en soi n'est pas autre chose qu'une variété à trois dimensions amorphe et que c'est le contenu matériel qui le remplit qui lui donne sa forme et détermine ses rapports de mesure* " (Weyl 1918, tr. fr., p. 84, souligné par H.W.). Pour Weyl, la conception de Riemann déterminait un programme pour la physique, et ce fut Einstein qui l'accomplit, indépendamment d'ailleurs de Riemann, à ceci près qu'il lui faudrait prendre comme espace une variété non plus à trois mais à quatre dimensions (incluant le temps), et, pour "principe intime des rapports métriques", le champ de gravitation.

Indépendamment de Gauss et de Riemann, H. von Helmholtz se trouva amené, de son coté, par un examen des propriétés analytiques de l'espace et des grandeurs étendues, faisant abstraction de l'origine de ces dernières (qui se trouve notamment dans l'intuition visuelle), à des résultats sensiblement équivalents[8]. Ce faisant, il posait le problème de la distinction, parmi les propriétés de la géométrie, entre celles "qui expriment des vérités de fait", et celles qui ne sont que des définitions ou des conséquences de définitions, et en indiquait la difficulté, qui se trouvera plus tard au centre des débats sur la décidabilité expérimentale de la géométrie. Cette difficulté est double : d'une part, les figures matérielles du monde réel ne se superposent jamais aux figures idéales de la géométrie, et, d'autre part, "pour vérifier expérimentalement l'invariabilité de la forme des corps et l'exactitude des figures du plan et de la ligne droite que nous rencontrons dans les corps solides, il nous faut employer précisément les propositions géométriques elles-mêmes, dont il s'agit d'établir une sorte de démonstration expérimentale". Helmholtz, bien que tributaire de la philosophie de Kant, professait une conception empiriste sur l'origine des connaissances ; pour lui, la question de la nature de la géométrie mettait en cause le caractère synthétique a priori de cette dernière. Mais la force de l'argument n'apparaitraît qu'avec l' "évidence expérimentale" rendue possible par la théorie de la relativité générale.

C'est dans la lignée de von Helmholtz que H. Poincaré, familier des géométries non-euclidiennes dont il avait largement utilisé les propriétés dans son oeuvre mathématique, posait à son tour le problème de savoir si la géométrie adaptée à l'espace physique du monde réel est euclidienne ou non[9]. Son analyse de la genèse sensorielle de la représentation abstraite de l'espace le conduit à considérer quelle géométrie adopteraient les habitants d'un monde donné, étant admis que nous construisons une géométrie de notre espace en fonction des impressions reçues de ce monde. (Selon cette conception, proposée après Helmholtz par Poincaré, les lois des déplacements - considérés comme phénomènes - des corps, constituent l'objet de la géométrie). On peut concevoir un monde dont la géométrie serait déterminée par la dynamique : par exemple, un monde renfermé dans une grande sphère soumise à une distribution de température, maximale au centre, diminuant vers les bords jusqu'au zéro absolu à la surface, suivant une loi en $T = R^2 - r^2$. Les corps étant supposés avoir un même coefficient de dilatation proportionnnel à T (leur longueur varie donc comme $R^2 - r^2$) et un indice de réfraction variant comme $1/T$, il s'ensuit que la géométrie, qui, pour nous, est l'étude des lois du déplacement des corps solides invariables, sera, pour les êtres de ce monde, l'étude des lois du déplacement des solides déformés suivant les différences de température de leur monde. Elle sera, pour eux, une géométrie non-euclidienne (en l'occurrence, hyperbolique comme celle de Lobatchevski). Mais si c'était nous-mêmes qui nous trouvions plongés dans un tel univers, nous en rapporterions sans difficulté les phénomènes (et notamment les propriétés des longueurs) à l'espace euclidien auquel nous avons été éduqués : nous ramènerions ces propriétés géométriques pour nous inhabituelles à une dynamique (c'est-à-dire à une physique) différente.

D'une manière générale, il est possible, pour Poincaré, si l'on considère des géométries différentes, de se donner de leurs propositions une correspondance terme à terme. Il est égalemement possible de se les représenter à partir de l'une d'entre elles. A propos de la géométrie (sphérique) de Riemann, von Helmholtz remarquait déjà que "la forme la plus générale d'un espace de trois dimensions est (…) une figure limitée par trois équations dans un espace à six dimensions" (op. cit., in Helmholtz 1978). Poincaré considérait, pour sa part, l'image d'un monde sphérique peuplé à sa surface d'êtres plats, qui donne une bonne image d'un univers sphérique à deux dimensions : la géométrie de Riemann est une telle géométrie étendue à trois dimensions (Poincaré 1902 : et Einstein reprendra à sa manière l'image pour montrer qu'il est possible de se représenter un univers sphérique, non-euclidien : cf. Einstein 1917, 1921 a). L'image montre de la façon la plus claire la correspondance entre les diverses géométries, la possibilité d'un dictionnaire qui transcrive les concepts et propositions de l'une en concepts et propositions d'une autre . La propriété est générale : "on peut traduire les théorèmes de Lobatchevski en théorèmes de la géométrie ordinaire".

L'égalité de deux figures par translation (obtenue en fait par superposition de corps solides invariables) est une telle proposition, qui ne va de soi que pour la géométrie euclidienne : elle n'est plus respectée dans d'autres géométries. Il résulte de cet état de choses, pour Poincaré, que les axiomes de la géométrie ne sont "*ni des jugements synthétiques a priori ni des faits expérimentaux. Ce sont des conventions.*" En sorte que la question de savoir si la géométrie euclidienne est vraie "n'a aucun sens". Une géométrie n'est pas plus vraie qu'une autre, pour Poincaré, elle est seulement plus commode, et, confrontés à des situations physiques qui sembleront la contredire, nous choisirons toujours de rétablir la géométrie euclidienne, "parce qu'elle est la plus simple (…) et parce qu'elle s'accorde assez bien avec les propriétés des solides naturels" auxquels nos propres sens sont accordés. Si, par exemple, en astronomie, on trouvait que les parallaxes sont supérieures à une certaine limite, c'est-à-dire que les rayons lumineux ne se propagent pas en ligne droite, nous aurions le choix entre ou "renoncer à la géométrie euclidienne ou bien modifier les lois de l'optique et admettre que la lumière ne se propage pas rigoureusement en ligne droite". En sorte que nulle expérience ne se trouvera en contradiction ni avec le postulat d'Euclide, ni avec celui de Lobatchevski : il est donc, conclut Poincaré, "impossible de découvrir à l'empirisme géométrique un sens raisonnable", car les expériences que nous pouvons concevoir portent "non sur l'espace, mais sur les corps" (Poincaré 1902). En somme, en relation à l'expérience, ce n'est jamais la géométrie seule (G) que l'on considèrera, mais la géométrie combinée à la physique des corps (P), c'est le couple indissociable G + P.

Jusqu'alors le débat sur la décidabilité expérimentale de la géométrie de l'univers physique était resté relativement spéculatif. C'est sur des considérations générales, et non par celle d'une théorie physique particulière que les conclusions étaient proposées (dans le sens de l'empirisme avec Helmholtz, dans celui du conventionalisme avec Poincaré).

La théorie de la relativité générale devait être l'occasion d'un regain d'intérêt pour le problème du caractère réel de la géométrie non-euclidienne, ce qui n'est pas étonnant puisque, précisément, elle fournissait un critère pour l'expérience, en reliant la métrique de l'espace à la masse et à l'énergie des corps que celui-ci contient.

3. LE DEBAT SUR LA GEOMETRIE ET LA PHYSIQUE, ET LA RELATIVITE GENERALE.

Moritz Schlick fut le premier, dès 1917, à reprendre la question de la nature de l'espace à la lumière de la théorie de la relativité générale, dans la perspective d'une critique de l'*a priori*, analyse reprise et prolongée ensuite par divers philosophes, au premier rang desquels Hans Reichenbach, qui lui consacra une étude importante dès 1920, et ultérieurement plusieurs ouvrages ; ce thème allait constituer l'une des idées centrales autour desquelles devaient s'élaborer le positivisme logique et l'empirisme logique, et, les englobant, le mouvement de la "conception scientifique du monde" [10].

Quant à Einstein, c'est précisément la théorie de la relativité générale qui éveilla son intérêt pour le problème du rapport entre "la géométrie et l'expérience", auquel il consacra en 1921 un exposé devenu à juste titre un classique, dans lequel il aborde expressément sous l'angle philosophique la question de la décidabilité expérimentale de la géométrie du monde physique (Einstein 1921 a), question à laquelle son propre travail venait de donner une conclusion positive semblait-il. (C'est en fait dès 1917 qu' il apporta des considérations détaillées à ce problème, repris encore dans ses conférences de Princeton, de 1921 : cf. Einstein 1917 et 1921 b).

Tout en affirmant (contre l'a-priorisme) l'origine empirique des mathématiques, Einstein considère la géométrie en tant que telle comme un système, doué de cohérence logique, de propositions formulées à partir de définitions axiomatiques qui laissent de coté la question de l'univers réel. Les concepts et relations de la géométrie euclidienne elle-même, fait-il remarquer à la suite de Helmholtz et Poincaré, sont de nature abstraite et très éloignés des représentations visuelles et tactiles (Einstein 1921 b). En se constituant, le système formel s'est détaché de son origine, et "la question de savoir si la géométrie euclidienne est vraie ou non (…) n'a aucun sens" (*Ibid* .). Cela étant, lorsque nous pensons à la géométrie euclidienne, nous sommes portés naturellement à penser aux corps solides et "à ajouter aux propositions de la géométrie euclidienne des propositions qui la réfèrent aux corps pratiquement rigides" (Einstein 1917). C'est ce que fait le physicien - à la différence du mathématicien pur -, quand il utilise la géométrie : il en coordonne les notions fondamentales aux propriétés des objets réels. La géométrie ainsi "complétée", "interprétée", par ces "définitions de coordination" devient une branche de la physique, elle est une "géométrie physique", ou encore une "géométrie pratique" [11], c'est-à-dire une science de la nature.

Ici, au contraire de Poincaré, Einstein estime que "la question de savoir si la géométrie pratique de l'univers est euclidienne ou non, a un sens précis et la réponse ne peut être fournie que par l'expérience". Il précise d'ailleurs que toute mesure de longueur en physique, en géodésie et en astronomie "est de la géométrie pratique dans ce sens" (Einstein 1921 a). Cette branche de la physique qu'est la géométrie pratique est elle-même idéalisée, au même titre que la mécanique.

Pour autant, la conception d'Einstein n'est pas opposée à celle de Poincaré - ce qu'il a soin lui-même de préciser - : si Poincaré dénie la relation directe entre les corps pratiquement rigides et ceux de la géométrie, c'est parce qu'il n'existe pas dans la nature de corps rigides de ce genre : les corps de la nature sont affectés de propriétés physiques qui modifient leur comportement géométrique (dépendance de la température, des forces extérieures, etc.). Ce n'est pas la géométrie seule qui fournit des énoncés sur le comportement des objets réels, mais la géométrie (G) combinée à l'ensemble des lois physiques (P) : "c'est la somme (G) + (P) seule qui est soumise au contrôle de l'expérience. On peut par conséquent choisir (G) arbitrairement, de même des parties de (P) : toutes ces lois sont des conventions.(…) Par cette conception, la géométrie axiomatique et ces lois de la nature auxquelles on attribue la caractère de conventions apparaissent, au point de vue épistémologique, comme étant d'égale valeur" (Einstein 1921 a). En sorte que, pour Einstein, "*Sub specie aeterni* la conception de Poincaré me paraît juste" (Ibid.). Dans la considération qu'il n'y a pas dans le monde réel d'objets qui correspondent exactement aux objets-étalons idéaux de la géométrie (pratique), Einstein va même plus loin que Poincaré, remarquant que les objets-étalons sont des structure complexes d'atomes, et cela les fait relever à plus forte raison encore de la physique théorique. Il ajoute à cette considération "holiste" l'exigence, pour la physique (qui inclut donc la géométrie pratique) d'effectuer une approximation par rapport aux notions idéales. Einstein propose de considérer des étalons physiques, dont on connaît l'état de façon suffisamment précise pour les rapporter les uns aux autres, en les substituant aux corps rigides idéaux. L'objection du conventionalisme strict, selon laquelle il n'existe pas réellement de corps rigide dans la nature, et les propriétés de tels corps (c'est-à-dire la géométrie euclidienne pratique) ne concerneraient pas la réalité physique, est ainsi repoussée au nom d'une attitude pratique, d'une connaissance approchée, valable pour toute considération sur la physique en général.

Einstein se sépare donc du conventionalisme lorsqu'il conclut à la décidabilité expérimentale de la géométrie du monde physique, et, sur ce point, sa position rencontre celle de l'empirisme : la géométrie pratique est accessible à l'expérience. On peut se prononcer sur la nature effective du continuum de l'espace physique : "La question de savoir si [le] continuum spatio-temporel à quatre dimensions est euclidien ou riemannien, ou d'une autre structure, est une question proprement physique, à laquelle c'est l'expérience qui peut répondre, et non une question de convention que l'on choisirait pour des raisons de simple utilité" (Einstein 1921 a). Mais, comme le débat ultérieur lui sera l'occasion de le souligner à nouveau, sa position diffère de l'empirisme précisément par sa part de conventionalisme (ou libre choix, du point de vue logique, des propositions théoriques à l'égard des données empiriques, souligné par l'argument holiste).

Le débat sur la décidabilité expérimentale de la géométrie de l'espace physique porte pour l'essentiel sur ces considérations. Remarquons qu'il a été exprimé en termes de l'*interprétation* (physique) de la géométrie, en s'autorisant de formulations reprises d'Einstein (géométrie interprétée, définitions de coordination, congruence), qui lui-même les tenait de Riemann et Helmholtz. Mais Einstein dépasse à vrai dire cette notion dans sa pensée du lien de la géométrie à la décision expérimentale. Pour lui, certes, l'expérience permet de trancher quant à la nature de la géométrie pratique appropriée à la représentation de l'espace physique. Mais le problème s'est, avec lui, trouvé transporté d'une question sur les mathématiques à une question sur la physique proprement dite.

Il lui a fallu *construire* cette géométrie pratique, qui est plus qu'une simple interprétation de la géométrie axiomatique, puisqu'elle est élaboration d'une physique à proprement parler, d'une "géométrie physique", qui est une véritable physique de l'espace et même du continuum spatiotemporel, à l'aide de définitions et d'hypothèses accordées à un "principe accessible à l'expérience" (comme il l'indique encore dans le même texte). Or nous savons que, dans l'épistémologie d'Einstein [12], les concepts de toute théorie sont construits par la pensée, et cette construction, antérieure à l'expérience, est un élément indispensable de l'interprétation de cette dernière ; par ailleurs, ces concepts sont constitués mathématiquement comme des éléments de représentation du monde physique.

Les empiristes et positivistes logiques, qui reprendront à leur compte l'idée de définitions de coordinations à ajouter au formalisme pour l'application au monde physique, s'en tiendront à cette seule considération, et ne percevront pas les caractères de la construction théorique au sens d'Einstein. D'où les malentendus, et la persitance d'un débat, dans lequel les conceptions de H. Reichenbach sont particulièrement significatives.

Reichenbach, analysant dans un texte de 1921 sur l'"état présent des discussions sur la relativité" (in Reichenbach 1978) les positions philosophiques en présence face aux développements théoriques récents, présentait les conceptions relativistes elles-mêmes comme clairement empiristes (d'ailleurs, il s'efforça toujours de concilier les réserves d'Einstein avec le maintien d'une position empiriste : voir en particulier Reichenbach 1949 et 1951). C'étaient ces conceptions, en effet, indiquait-il dans son ouvrage sur *La théorie de la relativité et la connaissance a priori* (Reichenbach 1920), qui montraient, par la théorie de la relativité générale, que l'espace et le temps ne correspondent pas à des formes d'intuition pure de la sensibilité, mais possèdent un contenu objectif auquel seule l'expérience donne accès. Par ailleurs, la géométrie, par son rôle dans la théorie de la relativité générale, ne peut plus être considérée comme relevant du synthétique a priori. Les mathématiques sont a priori en tant qu'elles sont analytiques et la géométrie physique est synthétique a posteriori, donnée par l'expérience.

Dès lors, pour Reichenbach, la philosophie accordée à la connaissance scientifique ne peut être qu'empiriste. Sensible toutefois à la difficulté soulignée naguère par Helmholtz et reprise par Einstein, il s'efforça par ailleurs de distinguer, par un essai de construction axiomatique, dans la théorie de l'espace-temps de la relativité, les énoncés de définition, et ceux qui portent sur le contenu de la nature, pensant mettre ainsi en évidence la part de convention dans la formulation d'Einstein - revendiquée, comme on l'a vue, par ce dernier. Dans un autre ouvrage (Reichenbach 1928), où il réaffirmait le caractère empirique de la géométrie physique (distinguée de la géométrie pure, mathématique), tout en reconnaissant l'importance des conventions dans le choix entre des théories formellement différentes, mais équivalentes, Reichenbach proposait un critère supprimant l'arbitraire dans ce choix : nous retenons celle de ces théories qui correspond à la disparition des forces universelles (il reprendrait cet argument en répliquant plus tard à Einstein).

Dans un texte de 1949, offert précisément à Einstein (Reichenbach 1949), Reichenbach réaffirme sa position empiriste, critiquant le conventionalisme de Poincaré. Le choix d'une géométrie, estime-t-il, n'est arbitraire que tant que l'on n'a pas spécifié une "définition de congruence" qui mette les grandeurs de cette géométrie (par exemple, les distances) en relation à des quantités physiquement mesurables (comme des corps solides physiques, pour le cas de la géométrie euclidienne soumise aux expériences de Gauss). Une telle définition de congruence complète les énoncés d'une géométrie donnée : dès lors cette dernière n'est plus arbitraire, "elle devient vérifiable empiriquement et possède ainsi un contenu physique". La question de savoir quelle géométrie est adéquate à l'espace physique devient ainsi une question empirique. Les concepts d'espace et de temps sont relatifs, mais non pas conventionnels, dès lors qu'on les rapporte à un système de référence : c'est ainsi qu' ils acquièrent un contenu objectif : aussi bien est-ce d'ailleurs là "l'essence de la théorie de la relativité".

L'objectif principal de l'argumentation de Reichenbach est encore de montrer que les conceptions kantiennes sont intenables : "Le kantisme est indéfendable si l'énoncé d'une géométrie du monde physique est formulé de façon complète, en incluant toutes ses implications physiques ; car, sous cette formulation, l'énoncé est vérifiable empiriquement et sa vérité dépend de la nature du monde physique".

Einstein lui réplique dans un texte du même ouvrage (Einstein 1949), en défendant un point de vue fermement anti-empiriste et anti-positiviste. Il reprend les arguments de Poincaré sur l'indissociabilité de la géométrie, d'une part, et de la physique par laquelle on doit décrire les étalons de mesure de référence (règles et horloges), d'autre part, sur la présence implicite de la géométrie euclidienne et insiste de façon détaillée sur l'argument holiste, soulignant que la théorie physique tout entière est impliquée dès que l'on se réfère à ces corps physiques réels. "La vérification [expérimentale] (…) renvoie donc non seulement à la géométrie mais au système entier des lois physiques qui en constitue la base. Par conséquent, l'examen de la géométrie par elle-même n'est pas pensable". Il est nécessaire - et cela s'oppose à la position de base de l'empirisme et à la théorie vérificationniste - de recourir à des concepts et catégories pour rendre intelligible le donné empirique. Si l'empiriste veut être conséquent avec lui-même, en affirmant la signification par la seule possibilité de vérification, il doit reconnaître que nul concept n'est isolable et donné en premier. Ce qui est vérifiable, et ce qui donne siggnification aux concepts et aux propositions d'une théorie, c'est le système entier de la théorie lui-même. Considérée du point de vue du monde physique, la géométrie fait intervenir G + P indissociablement, car les concepts de la géométrie doivent être mis en relation à des grandeurs physiques qui sont affectées par l'ensemble des propriétés de la physique. Et ce n'est qu'avec la théorie complètement développée de la relativité, "qui n'existe pas encore comme produit achevé" (à savoir une théorie générale unifiée de la matière), que l'on sera en possession d'une pleine vérifiabilité.

Einstein admet donc, pour sa part, que l'espace physique est non-euclidien, mais non sur la base du vérificationnisme des empiristes, dont il a montré qu'il est en contradiction avec lui-même et incapable en vérité de conclure.

L'enjeu du débat sur le caractère physique de la géométrie, débat qui se poursuit encore dans des textes ultérieurs (notamment Reichenbach 1951), était fondamentalement, pour les empiristes et positivistes logiques, de renverser la philosophie rationaliste, "laissant ainsi le champ libre à l'empirisme". C'est bien ce qu'Einstein avait compris, et c'est bien à quoi s'opposaient essentiellement ses remarques. Plus tard, A. Grunbaum, dans son étude sur l'espace et le temps (Grunbaum 1963), tout en critiquant les conceptions de Carnap et Reichenbach sur la géométrie, adopte cependant comme eux la thèse empirique, exprimée - de manière significative - en termes d'interprétation : "En principe, la question de savoir quelle est la géométrie de l'espace physique est *empirique* , dès lors qu'on a donné une interprétation physique au vocabulaire de la géométrie (lequel inclut le terme ‘congruent’ poour les intervalles et les angles)" (p. 127 et surtout p. 81-105).

Mais ce n'est pas ici le lieu d'aller plus avant dans l'exposé de ce débat. Il est temps de revenir maintenant à la théorie de la relativité générale, raison d'être principale du problème de la décidabilité expérimentale et de l'interprétation, et de voir ce que fut sa constitution effective, en regard des implications qui en ont été tirées.

4. LE PROCESSUS EFFECTIF DE L'ELABORATION D'UNE PHYSIQUE GEOMETRISEE : CONSTRUCTION GEOMETRIQUE DE LA THEORIE DE LA RELATIVITE GENERALE.

La théorie de la relativité restreinte, quoiqu'ayant modifié assez radicalement les conceptions de l'espace et du temps, désormais impensables séparément l'un de l'autre, avait laissé inchangé un aspect de la conception classique, à savoir l'interprétation directe des lois de la géométrie "comme des lois sur les positions relatives possibles des corps solides au repos", et, plus généralement, des lois de la cinématique "comme des lois décrivant les relations des corps et des horloges utilisés pour la mesure", comme l'indique Einstein au début de son article fondamental sur la relativité générale (Einstein 1916). Ce n'est, quant à lui, qu'avec la théorie de la relativité généralisée qu'il fût amené à poser d'une manière systématique le problème de la nature de la géométrie du monde physique. En effet, la théorie de la relativité généralisée oblige à ne plus penser qu' "à deux points matériels donnés d'un corps rigide, il correspond toujours une distance de logueur exactement définie, qui est indépendante de la localisation et de l'orientation du corps, ainsi que du temps". Il est intéressant de voir comment s'est effectué le changement dans l'*interprétation* physique de l'espace et du temps, passant des définitions de coordination et de congruence relatives à une géométrie euclidienne (pour la mécanique classique) ou pseudo-euclidienne (pour la relativité restreinte) à la conclusion de la nécessité d' une géométrie non-euclidienne pour l' univers. S'est-il agi, fondamentalement, dans ce passage, d'un changement d'*interprétation* de la géométrie et de ses grandeurs ? La réalité du raisonnement qui conduit à l'élaboration de la théorie de la relativité générale est plus complexe et plus riche. Certes, l'*interprétation* physique des grandeurs géométriques intervient, mais à titre de condition pour rendre possible une *construction* théorique, la construction d'une théorie physique. Indiquons brièvement la situation respective de l'interprétation et de la construction dans l'élaboration de la théorie de la relativité générale.

Cette théorie pose en premier l'extension du postulat de relativité à tous les mouvements (et non plus seulement, comme la théorie de la relativité restreinte, aux seuls mouvements d'inertie, rectilignes et uniformes) , et stipule donc que les lois de la physique sont les mêmes dans des systèmes de référence en mouvement quelconque. Or cette condition implique des conséquences quant à la forme spatiale des corps de référence en mouvement quelconque : deux corps de référence en mouvement relatif l'un par rapport à l'autre, l'un stationnaire, l'autre en rotation, par exemple, voient leurs longueurs respectives déformées (contraction de Lorentz) d'une manière qui n'est plus homogène, et la notion de coordonnée au sens des corps solides de la géométrie euclidienne ne s'applique plus. D'où la décision radicale de la relativité générale : abandonner l'idée de signification directe des coordonnées d'un système de référence, mettre tous les systèmes de coordonnées sur le même pied en exprimant les lois de la physique suivant la condition de covariance générale (les coordonnées prises comme simples paramètres n'ont plus de signification physique directe, elles n'expriment que des coïncidences d'événements), ce qui "élimine de l'espace et du temps les derniers vestiges d'objectivité physique".

Ce n'est qu'après la construction de la théorie à l'aide des grandeurs (tenseurs) propres à exprimer la condition de covariance générale que l'on peut reprendre le problème de la forme spatiale des corps solides, et conclure au caractère non-euclidien de leur géométrie (et fixer cette géométrie). En quelque sorte, la question de l'*interprétation* de la géométrie intervient au départ, par la critique, et à l'arrivée, par la conclusion ; mais ce qui est le plus important, c'est tout le raisonnement central, par lequel s' élabore et se *construit* la théorie physique (et qui conditionne évidemment la conclusion). On voit bien, par ce processus et par la structure même de la théorie physique, que celle-ci n'est pas en l'occurrence une *géométrie* (ou, plus généralement, une mathématique) *interprétée physiquement*, mais une *théorie physique construite* à l'aide de grandeurs géométriques (plus généralement, mathématiques). L'interprétation a lieu au niveau de ces grandeurs dans la mesure où leur forme mathématique même sert à définir et à représenter le concept de grandeur physique considéré.

Le cas de la théorie de la relativité générale est exemplaire (au surplus, il était indiqué ici comme exemple, puisque c'est lui qui fut l'occasion du débat sur la géométrie du monde physique), mais il n'est pas unique. Les recherches théoriques qui lui font suite sont autant de cas de telles constructions : la tentative de théorie unitaire de H. Weyl (voir Weyl 1918 a et b) est aussi bien une construction d'une théorie (géométrique) de la gravitation et de l'électricité, à l'aide de grandeurs pensées comme physiques et à formulation mathématique (en l'occurrence, à partir de la notion de déplacement parallèle infinitésimal d'un vecteur, modifiée de l'acception riemanienne). C'est dans cette perspective que, dans la théorie de Weyl, comme celui-ci le souligne lui-même, "*toutes les quantités physiques ont une signification dans une géométrie d'univers* ".

5. INTERPRETATION OU CONSTRUCTION, EMPIRISME OU RATIONALISME.

Voir dans la question du rapport de la géométrie à la physique et à l'expérience une simple question d'interprétation, c'est, au fond, en rester à une formulation d'avant la relativité générale, quand l'interprétation des grandeurs géométriques semblait aller de soi (par la référence aux corps rigides, euclidiens), et que la géométrie et la physique pouvaient paraître naturellement distinctes. La géométrie, à ce stade, pouvait encore être pensée selon la simple modalité d'une interprétation de ses grandeurs pour fournir la géométrie physique, dans la mesure où la physique s'inscrivait dans un espace pensé antérieurement à elle et indépendamment d'elle. Poincaré, à cet égard, voyait plus loin, dans sa vision dynamique de l'univers physique, et c'est cette même vision qu'Einstein reprit à sa manière, dans sa construction de la relativité générale ou géométrisation de la gravitation. D'où la parenté (jusqu'à un certain point) de leurs conceptions du problème de la décidabilité expérimentale de la géométrie.

Il semble que les philosophes empiristes minimisent, précisément, l'aspect de *construction conceptuelle* des grandeurs physiques, en ramenant ces dernières à la simple superposition d'une forme mathématique et d'un donné empirique. En face d'eux, nous trouvons une conception de la physique comme construction théorique, symbolique, dont la référence première n'est pas l'expérience en tant que donné absolu, mais un schéma de rationalité qui conditionne l'intelligibilité des phénomènes donnés dans l'expérience. C'est bien cette différence de conception, entre rationalisme (et réalisme) d'un coté, et empirisme (et positivisme) de l'autre, qui se trouve au coeur du débat que nous avons évoqué.

La géométrie n'épuise pas, bien entendu, le problème des relations entre mathématique et physique, mais elle contribue à l'éclairer de façon significative. D'une manière générale, la relation entre les construits mathématiques et les éléments physiques vient du fait que la représentation physique est obtenue à partir d'une construction symbolique : elle partage avec la construction mathématique un caractère de construction fictive et, à cet égard, elle ne peut se confondre au donné empirique, ni se déduire directement de celui-ci. Elle est le moyen d'intelligibilité rationnelle de ce dernier, qu'elle contribue d'ailleurs à exprimer : ce sont les grandeurs physiques construites par la théorie de la relativité générale, pour reprendre cet exemple, qui fournissent la possibilité de caractériser les données qui nous font conclure au caractère non-euclidien de l'espace physique, et non pas une mesure directe effectuée sur ce dernier.

Par l'incorporation d'entités mathématiques (de grandeurs géométriques, par exemple, comme les coordonnées de Gauss, les tenseurs…), certes interprétées, dans la construction des concepts physiques, ceux-ci se voient insuffler des caractères essentiels de l' "être mathématique" des premières (défini en termes de réalité mathématique ou de contenu formel). Désormais ces concepts, ces grandeurs (dénommés aussi bien "quantités") ont entre eux une cohérence, une organicité, en tant qu'ils sont membres d'une totalité, sous le signe de l' "unité" propre aux mathématiques (pour reprendre une expression de A. Lautman). Cette cohérence ne nous est pas donnée d'emblée, elle est découverte à travers le raisonnement analytique qui s'attache à ces grandeurs, considérées mathématiquement mais toujours en tenant compte de leur définition physique, qui leur impose des contraintes.

La physique est une construction, non pas une interprétation des mathématiques ; elle *utilise* , il est vrai, des concepts et des théories mathématiques interprétées, mais l'intégration des mathématiques est seulement un aspect de la construction d'une théorie physique. La différence est tout autre qu'une simple nuance. Nul, probablement, ne le contestera à propos de théories comme, par exemple, la théorie électromagnétique de Maxwell, qui est évidemment bien autre chose qu'un calcul différentiel interprété. La structure mathématique en question est insufflée en quelque sorte dans la théorie physique pour que celle-ci soit rendue possible. Les concepts de cette théorie, pour être mathématisés, ne sont pas moins physiques, et un concept physique est autre chose qu'une variable mathématique interprétée (il procède notamment d'une imbrication avec d'autres concepts physiques). On peut, bien sûr, le voir ainsi aussi, mais s'en tenir à cet aspect est prendre la lorgnette par le petit bout, et c'est se condamner à ne pas comprendre ce qu'est la physique comme science (à la limite, pour cette conception, elle ne serait qu'une mathématique interprétée); c'est se condamner à ne pas comprendre ce qui fait la dynamique de la construction physique, ou de l'agencement des concepts et propositions de la physique, et considérer d'une manière purement statique le rapport des mathématiques à la physique[14].

Pour reprendre le problème de la géométrie, c'est l'espace physique qui a une structure géométrique spécifique (entendons que sa structure peut être caractérisée à l'aide des propriétés mathématiques d'une géométrie), ce n'est pas la géométrie qui devrait être interprétée physiquement, ou à laquelle on ajouterait des propriétés physiques. La physique incorpore les mathématiques, elle ne les interprète pas seulement, et même elle ne fait pas que les *utiliser* ou les *appliquer*, si l'on n'attache à ces termes que le sens d'une relation d'extériorité. La relation, dans la théorie physique, entre la structure mathématique et le contenu physique n'est pas simplement celle d'une addition, M + P, elle est d'étroite imbrication, M x P, comme le voyaient bien, en fait, Einstein et Poincaré. Ce qui est en jeu, au coeur de ces questions, et du débat sur la géométrie, c'est la *mathématisation* de la physique. Cet aspect constitutif fait qu'il se peut bien qu'il y aît *une géométrie* pour l'espace physique, et non une multiplicité de géométries équivalentes (chacune susceptible d'interprétation) comme s'il s'agissait de simples outils.

6. APERÇUS COMPLEMENTAIRES SUR LE CAS DE L'UTILISATION DES PROBABILITES EN PHYSIQUE.

Il est un autre domaine de l'utilisation de théorie mathématique en physique qui est couramment, comme dans le cas de la géométrie, pensé en termes d'interprétation, plutôt que de construction théorique. Il s'agit des probabilités ; la manière reçue de les considérer par rapport à la théorie qui les utilise est de leur superposer une interprétation qui, cette fois, à la différence de la géométrie, est de nature directement philosophique. A la théorie purement mathématique, telle qu'on la trouve exposée par exemple par Kolmogorov, indépendante de tout application, se superposent plusieurs interprétations (décrites par exemple dans Bunge 1981), parmi lesquelles trois concernent leur application en physique : les interprétations subjective (relative à notre degré d'ignorance), empiriste ou fréquentiste (les probabilités sont identifiées à des fréquences de réalisation d'évenements), et objective (une probabilité constitue une entité en soi, rapportée à une propriété, et distincte des fréquences observées). Il n'est pas possible de développer ici l'examen de ces diverses interprétations, ni de détailler les différentes utilisations des probabilités, en mécanique statistique, ou en mécanique quantique par exemple [15].

Je voudrais seulement mentionner qu'un examen du point de vue épistémologique, mais également du point de vue historique, de la nature précise de l'incorporation de la théorie des probabilités dans divers secteurs de la théorie physique indique, ici encore, que nous avons affaire à de véritables constructions, et non à de simples interprétations, de telle sorte que les concepts probabilistes définis pour chacune de ces théories sont employés dans des sens très spécifiques. Chaque théorie, si l'on y regarde de près, définit d'une façon qui lui est propre un concept de probabilité *physique* , dont la formulation et la signification ne sont à prendre nulle part ailleurs que dans la structure même de cette théorie. Il suffit d'évoquer ce que signifie "probabilité" en physique quantique, où cela a un sens de parler de la probabilité d'un événement unique, pour faire voir une différence avec les probabilités au sens de la mécanique statistique par exemple.

C'est un physicien des quanta, J.M. Jauch, qui suggérait naguère l'analogie avec la situation de la géométrie, en vue des difficultés de l'interprétation des probabilités, précisément, en mécanique quantique. De la même façon, indiquait-il, qu'il vaut mieux abandonner la géométrie euclidienne pour la description du monde physique, il vaudrait mieux (en raisons de difficultés propres) délaisser le calcul classique des probabilités pour exprimer la théorie quantique. "De même", écrivait-il, "que la géométrie de l'espace-temps est déterminée par des phénomènes physiques dans le contexte d'une théorie naturelle, j'ai la conviction que le calcul des probabilités est également déterminé par certains phénomènes dans le contexte de la théorie quantique". Et il suggérait d'aller dans le sens d'une modification de la "structure mathématique profonde" de la théorie quantique, qui est reliée au calcul des probabilités.

Ce que je voudrais retenir de cette préoccupation exprimée par J.M.Jauch, indépendamment des considérations particulières sur la formulation de la mécanique quantique, c'est qu'elle fait bien voir l'actualité de la question de l'interprétation ou de la construction des concepts physico-mathématiques. Le débat sur les fondements de la mécanique quantique a été jusqu'ici extrèmement tributaire d'une conception de l'utilisation des probabilités en termes d'interprétation. (D'ailleurs, et ceci est directement en relation à notre propos, ce débat est généralement désigné comme *débat sur l'interprétation* de la mécanique quantique.) Peut-être aurait-il pris une tournure différente, moins chargée de conceptions philosophiques extérieures à l'objet même de la théorie, s'il avait été abordé sous l'angle de la construction théorique, et du contenu spécifique de la notion *physique* de probabilité quantique.

NOTES.

1) Sur le lien entre la mathématisation et la prédictivité en physique, voir Paty 1988, chap. 9.

2) Pour mémoire : la courbure des rayons lumineux au voisinage du Soleil, le décalage de la lumière vers le rouge dans un champ de gravitation, le mouvement du périhélie de la planète Mercure.

3) Par exemple, l'expansion de l'univers - récession des galaxies -, les propriétés des trous noirs …

4) C'est, précisément, avec justesse que G. Granger a employé ce terme, "énigmatique", en évoquant l'adéquation des formes mathématiques à la physique, à la fin de sa conférence récente sur "Le transcendantal et le formel en mathématiques", au Colloque *Colloque international 1830-1930 : un siècle de géométrie, de C.F. Gauss et B. Riemann à H. Poincaré et E. Cartan. Epistémologie, histoire et mathématiques,* Paris, 18-23 septembre 1989.

5) Ce que G. Granger appelle leur "contenu formel" (Granger 1989).

6) Voir en particulier sa correspondance avec F. Bolyai, le père de J. Bolyai. Dans une lettre à Schumacher du 28 nov. 1846 (in Lobatchevski 1866, p. 64), Gauss fait remonter à 1792 sa conviction acquise sur le sujet.

7) L'équivalence de cette égalité et du cinquième postulat avait été démontrée au treizième siècle.

8) Voir Helmholtz 1978, en particulier le texte "Sur les faits qui servent de base à la géométrie", qui date de 1868.

9) Dans les chapitres 3, 4 et 5 de *La science et l'hypothèse* (Poincaré 1902), intitulés respectivement "Les géométries non-euclidiennes", "L'espace et la géométrie" et "L'expérience et la géométrie".

10) Voir Schlick 1917, 1979-80, Reichenbach 1920, 1928, 1951, 1978, et le Manifeste du Cercle de Vienne (in Soulez 1986).

11) L'expression était déjà employée par Helmholtz.

12) Pour une analyse détaillée des conceptions épistémologiques d'Einstein, voir notre ouvrage en préparation (Paty, à paraître).

13) Dans un ouvrage de 1924.

14) Sur ces rapports, voir Paty 1984 et 1988, chap. 9.

15) Je renvoie sur ce point à mon travail récent, Paty (sous presse).

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.

BUNGE, Mario 1981. "Four concepts of probability", *Applied Mathematical Modelling* 5, 1981, 306-312.

EINSTEIN, Albert 1916. "Die Grundlage der allgemeinen Relativitäts- theorie", *Annalen der Physik* , ser. 4, XLIX, 1916, 769-822. Trad. fr. : "Les fondements de la théorie de la relativité générale", *in* Einstein, A., *Les fondements de la théorie de la relativité générale*, Hermann, Paris, 1933, p. 7-71.

EINSTEIN, Albert 1917. *Ueber die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie, Gemeinverständlich*, Vieweg, Braunschweig, 1917. Tr. fr. : *La théorie de la relativité restreinte et générale* , Gauthier-Villars, Paris, 1921 .

EINSTEIN, Albert 1921 a. "Geometrie und Erfahrung", *Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, 1921, part 1, 123-1307. Trad. fr., "La géométrie et l'expérience", in Einstein A., *Réflexions sur l'électrodynamique, l'éther, la géométrie et la relativité*, nlle éd., Gauthier-Villars, Paris, 1972, p. 75-91.

EINSTEIN, Albert 1921 b *Vier Vorlessungen ûber Relativitätstheorie* , Vieweg, Braunschveig, 1922. Trad. fr., *Quatre conférences sur la théorie de la relativité faites à l'université de Princeton* , Gauthier-Villars, Paris, 1955.

EINSTEIN, Albert ; LORENTZ, Hendryk Antoon ; MINKOWSKI, Hermann ; WEYL, Hermann 1923. *The principle of relativity* , trad. de l'original allemand (1922), Dover, New York, 1952.

EINSTEIN, Albert 1949. "Reply to criticism. Remarks concerning the essays brought together in this cooperative volume", *in* Schilpp 1949, p. 663-693.

GONSETH, Ferdinand 1926. *Les fondements des mathématiques. De la géométrie d'Euclide à la relativité générale et à l'intuitionnisme,* Blanchard, Paris, 1926 ; ré-éd., 1974.

GRANGER, Gilles-Gaston 1989. "Peut-on assigner des frontières à la connaissance scientifique ?", in Bouveresse, Renée (dir.), *Karl Popper et la science d'aujourd'hui*, Aubier, Paris, 1989, p. 47-61.

GRÜNBAUM, Adolf 1963. *Philosophical problems of space and time* , Knopf, New York, 1963. Second, enlarged, ed., Reidel, Dordrecht, 1973.

HELMHOLTZ, Hermann L.F. von 1978. *Epistemological writings,* ed. by Cohen, R.S. and Elkana, Y. , Reidel, Dordrecht, 1978.

JAUCH, J.M. 1974. "The quantum probability calculus", *Synthese* 29, 131-154 ; repris in Leite Lopes, J. and Paty, M. (eds.), *Quantum mechanics, a half century later* , Reidel, Dordrecht, 1977, 39-62.

LOBACHEVSKI, Nikolaï Ivanovitch 1866. *La théorie des parallèles*, traduit et préfacé par J. Houel, Paris, 1866; ré-ed. 1900 ; ré-éd., Monom/Blanchard, Paris, 1980.

PATY, Michel 1984. "Mathématisation et accord avec l'expérience", *Fundamenta scientiae,* 5, 1984, 31-50.

PATY, Michel 1988. *La matière dérobée. L'appropriation critique de l'objet de la physique contemporaine* , Archives contemporaines, Paris, 1988.

PATY, Michel 1989. "Géométrie physique et relativité : approches comparées de Poincaré et d'Einstein", exposé au *Colloque international 1830-1930 : un siècle de géométrie, de C.F. Gauss et B. Riemann à H. Poincaré et E. Cartan. Epistémologie, histoire et mathématiques*, Paris, 18-23 septembre 1989.

PATY, Michel (sous presse). "Reality and probability in Mario Bunge's *Treatise*", in Dorn, G. and Weingartner, P. (eds.), *Studies on Bunge 'Treatise*, Rodopi, Amsterdam, sous presse.

PATY, Michel (à paraître). *Einstein philosophe. La physique comme pratique philosophique (relativité, quanta, épistémologie),* Presses Universitaires de France, Paris.

POINCARE, Henri 1902. *La science et l'hypothèse*, Flammarion, Paris, 1968.

REICHENBACH, Hans, 1920. *Relativitätstheorie und Erkenntnis a-priori*, Springer, Berlin, 1920. Engl. transl., *The theory of relativity and a-priori knowledge*, University of California Press, Berkeley, 1965.

REICHENBACH, Hans, 1928. *Philosophie der Raum Zeit Lehre* , de Gruyter,Berlin, 1928. Trad. angl., *The philosophy of space and time* , Dover, New York, 1957.

REICHENBACH, Hans 1949. "The philosophical significance of the theory of relativity", in Schilpp 1949, p. 289-311.

REICHENBACH, Hans 1951. *The rise of scientific philosophy*, University of California Press, Berkeley, 1951; ré-ed. 1973. Trad. fr., *L'avènement de la philosophie scientifique* , Flammarion, Paris, 1955.

REICHENBACH, Hans 1978. *Selected writings* , ed. by Robert S. Cohen and Maria Reichenbach, 2 vols, Reidel, Dordrecht, 1978.

RIEMANN, Bernhard 1968. *Oeuvres mathématiques* , trad. de l'allemand, nouveau tirage, Blanchard, Paris, 1968.

SCHILPP, Paul-Arthur (ed.) 1949. *Albert Einstein : philosopher scientist*, The library of living philosophers, Open Court, Lassalle (Ill.), 1949. Ré-ed., 1970.

SCHLICK, Moritz 1917. *Raum und Zeit in der Gegenwärtigen Physik. Zu Einfuhrung in das Verständnis der Allgemeinen Relativitâtstheorie* , Berlin, 1917.

SCHLICK, Moritz 1979-1980. *Philosophical papers* , ed. by Mulder, H. L. and van de Velde-Schlick, B. F. B., tr. de l'allemand, 2 vols., Reidel, Dordrecht, 1979-1980.

SOULEZ, Antonia (dir.) 1986. *Manifeste du Cercle de Vienne et autres écrits*, Presses universitaires de France, Paris, 1986.

WEYL, Hermann 1918 a. *Raum, Zeit, Materie.* Trad. fr. sur la quatrième éd. allemande (1922) , *Temps, espace, matière. Leçons sur la théorie de la relativité générale*, Blanchard, Paris, 1922 ; nlle éd., 1979.

WEYL, Hermann 1918 a. "Gravitation and electricity" (1918), trad. de l'allemand, in Einstein, Lorentz, Minkowski, Weyl 1923, p. 199-216.