in Garma, Santiago; Flament, Dominique; Navarro, Victor (eds.), *Contra los titanes de la rutina.- Contre les titans de la routine,* Comunidad de Madrid/C.S.I.C., Madrid, 1994, p. 401-428.

Le caractère historique de l'adéquation des mathématiques à la physique*

par

Michel PATY**

RESUME.

En parcourant, à travers l'histoire des sciences, plusieurs cas marquants des rapports de la physique et des mathématiques, l'on s'aperçoit que la capacité du formalisme mathématique à exprimer d'une manière si ajustée et féconde les problèmes physiques n'est pas une donnée de nature universelle et intemporelle: elle résulte, à chaque époque, et pour chaque nouveau type de problème abordé, d'une construction, qui met en jeu le 'système' de la mathématique et de la physique de cette époque et la nature des concepts et des grandeurs physiques concernés. On examinera, dans cette perspective, quelques moments importants de l'histoire de la constitution, à l'aide de l'analyse, de la physique mathématique et théorique. On s'arrêtera, en particulier, à la construction de la causalité à l'aide des concepts du calcul différentiel, ainsi qu'à la rationalisation de la mécanique grâce à la mise en oeuvre de ce calcul, et à l'extension de la mécanique du point matériel aux milieux continus à la faveur de l'invention du calcul aux dérivées partielles.

L'ADEQUATION. MATHEMATISATION DES THEORIES PHYSIQUES

---

* Contribution à la Rencontre franco-espagnole sur l'histoire des mathématiques, Madrid, 18-23 novembre 1991.

** Equipe REHSEIS, UPR 318, CNRS et Université Paris 7
2 Place Jussieu, F- 75251 PARIS Cedex 05, France.

Le succès de l'utilisation de notions et de théories mathématiques dans l'étude de problèmes physiques est un des aspects du rapport privilégié des mathématiques à la physique, un autre étant, réciproquement, le rôle des développements de la physique dans ceux des mathématiques. Cependant, le fait que bien des avancées des mathématiques aient trouvé leur source dans des problèmes posés par la physique ne suffit pas à expliquer cette adéquation, qui persiste avec la physique contemporaine alors que les mathématiques sont devenues une discipline autonome. De nouveaux êtres mathématiques, inventés *in abstracto*, s'avèrent éventuellement susceptibles d'applications fécondes en physique.

Nous rappellerons brièvement, pour commencer, quelques exemples marquants, pris dans au vingtième siècle, des rapports entre la constitution de grandes théories physiques et l'utilisation de développements des mathématiques nouveaux et contemporains. Ces cas se situent dans la suite de la mathématisation de la physique dans ses différents domaines, effectuée au dix-neuvième siècle à la suite de celle de la mécanique (et de l'astronomie, dite d'ailleurs "mathématique", limitée alors au système solaire), commencée au dix-septième siècle et achevée au dix-huitième, avec les oeuvres de Lagrange et de Laplace notamment. La théorie électromagnétique de Maxwell, formulée dans le troisième tiers du dix-neuvième siècle, tient évidemment un rôle clé dans les développements qui mènent à la période contemporaine, et elle représente en quelque sorte le couronnement de la formulation de la physique par l'analyse et le calcul différentiel. Cela nous justifiera dans notre intention de revenir aux origines de cette constitution, c'est-à-dire aux deux établissements du calcul différentiel et intégral, le calcul différentiel total et celui aux dérivées partielles, qui accompagnent étroitement l'élaboration de la mécanique analytique et rationnelle.

La théorie de la Relativité fournit deux exemples de choix de l'adéquation des mathématiques et de la physique. La Relativité restreinte reçoit sa formulation appropriée avec la théorie des groupes de transformation spatio-temporels, d'ailleurs formulés en partie à partir des problèmes physiques initialement posés par Lorentz, Poincaré et Einstein, et avec le calcul tensoriel, inventé indépendamment par les mathématiciens purs. Quant à la théorie de la Relativité générale, elle trouve à sa disposition, pour se constituer, les instruments mathématiques - déjà préparés par les mathématiciens, indépendamment de la pensée d'une utilisation aussi efficace pour ce problème précis en particulier - sans lesquels elle n'aurait pu être formulée, à savoir le calcul différentiel absolu des tenseurs de Ricci et Levi-Civitta et les grandeurs des géométries non-euclidiennes.

Quelque temps plus tard, la mécanique quantique se constitue comme théorie physique à l'aide de la théorie mathématique des espaces de Hilbert, et la théorie quantique des champs se fonde peu après sur la mécanique quantique et sur la théorie des groupes: les grandeurs physiques, représentées par les opérateurs qui agissent sur les vecteurs de cet espace, sont constitués à partir des générateurs infinitésimaux des groupes d'invariance. Plus récemment, les théories (quantiques) des champs d'interaction des particules élémentaires se constituent également sur l'idée de symétrie: à chaque type de champ ou d'unification correspond une symétrie (loi de transformation d'un groupe particulier) construite sur ses grandeurs caractéristiques (invariances de jauge abélienne pour le champ électromagnétique, non abélienne pour les champs de 'saveurs' et de 'couleurs' des leptons et des quarks). Et l'on pourrait évoquer également les tentatives actuelles en mathématiques et en physique mathématique qui développent de nouveaux genres de géométries, "non commutatives", dont un effet pourrait être d'obtenir une géométrisation, dans ce sens, des grandeurs de la physique quantique[1].

Les exemples évoqués portent sur l'analyse ou la géométrie. Une autre branche des mathématiques, le calcul des probabilités, pose des problèmes spécifiques. Mais il n'est pas sûr que la particularité du rapport de la théorie mathématique à son utilisation physique ait été examinée, à son sujet, dans tous les détails désirables: de quelle probabilité (mathématique) au juste est-il question dans telle théorie physique ? Les probabilités sont-elles convoquées de la même façon dans les premiers travaux de thermodynamique de Boltzmann[2], en mécanique statistique, en mécanique quantique, ou encore dans les théories du chaos déterministe…?[3] Les probabilités interviennent, par exemple, dans la théorie physique qu'est la mécanique quantique à travers la notion d'amplitude de probabilité, qui n'appartient pas au calcul des probabilités à proprement parler, mais constitue un concept en soi, plus physique que directement mathématique - à moins, dira-t-on, qu'il ne s'agisse seulement d'un concept mathématique auxiliaire, si l'on s'en tient à sa caratéristique d'avoir la forme d'une fonction définie sur un espace de Hilbert. On a pu considérer que, dans ce cas, l'importation du formalisme mathématique s'est faite d'une manière quelque peu aveugle, de telle sorte que l'interprétation physique n'a pas été immédiatement évidente; d'ailleurs, elle suscite encore le débat. L'adéquation du formalisme aux développements subséquents de ce domaine de la physique n'en est que plus frappant.

Lorsqu'on s'interroge sur cette coïncidence ou harmonie remarquable entre la théorie physique qui donne une représentation des phénomènes de la nature et les concepts et théories mathématiques qui lui servent à s'exprimer, on est parfois tenté de la formuler d'une manière universelle, sans tenir compte de la spécificité des cas et des périodes historiques, sans référence aux systèmes particuliers de rationalité physique et mathématique définis à un stade donné de l'élaboration des objets de ces sciences.

Pourtant, tout ce que nous pouvons dire avec quelque certitude de cet accord entre les mathématiques et la physique, c'est qu'il est effectif en tels moments donnés, historiquement situés, relativement à telles formes mathématiques précises et à tels types de problèmes physiques définis. Pour le faire voir, nous devrions parcourir les étapes de la constitution de la physique telle qu'elle s'est

---

[1] Connes (1990), Houzel (1992).
[2] Aurani (1992).
[3] Paty (1990).

réalisée à l'aide des mathématiques. Le présent travail ne saurait y prétendre dans ses limites, même à s'en tenir à la période qui commence avec l'élaboration de l'analyse différentielle et sa mise en oeuvre en mécanique et en astronomie. Nous limiterons donc notre propos dans le temps, nous attachant ici à tenter de donner quelques indications sur la constitution de la mécanique rationnelle et analytique de la fin du dix-septième siècle à la fin du dix-huitième. Nous observerons que cette constitution s'accompagne d'une transformation de la conception du rapport des mathématiques à la physique, des "mathématiques mixtes" à la "physique mathématique", que suivra ultérieurement un clivage entre cette dernière et la "physique théorique", qui elle-même rendra compte de la spécificité de la mathématisation, au dix-neuvième siècle, de l'ensemble des domaines de la physique au-delà de la mécanique. La présente étude doit être vue comme préliminaire à un examen plus systématique et étendu de ces transformations.

MECANIQUE ET CALCUL DIFFERENTIEL

L'étude des lois de la mécanique des corps solides bénéficie, dès le début du dix-huitième siècle, de l'invention du calcul différentiel faite quelques décennies plus tôt[4]. Si la formulation du calcul des fluxions par Newton est issue de résultats relatifs aux suites infinies, c'est en même temps l'étude des problèmes du mouvement des corps considérés selon des méthodes géométriques qui l'a amené à la découverte de cette nouvelle branche des mathématiques[5]. Newton n'écrit-il pas, dans la préface de la première édition des *Principia*, que "la géométrie est fondée sur la pratique mécanique, et n'est pas autre chose que cette partie de la mécanique universelle qui propose et démontre exactement l'art de la mesure" ?[6]. D'ailleurs, chez ses prédécesseurs immédiats, l'étude des propriétés des courbes, des *maxima* et *minima* et des tangentes, dans les *Lectiones geometricae* de Barrow par exemple, fait appel à leur mode d'engendrement par le mouvement et s'appuie sur une intuition cinématique où le temps absolu joue un rôle, comme il le joue ensuite chez Newton[7]. Quant à Newton, le fondement du calcul qu'il invente dès 1666 réside dans sa conception des grandeurs (ou quantités) mathématiques engendrées par un mouvement continu, qu'il opposera toujours aux indivisibles comme aux infinitésimales.

Il est vrai que le nouveau calcul n'apparaît pas utilisé explicitement dans

---

[4] Sur cette dernière, cf. Turnbull (1951), Boyer (1959), Baron (1969), Whiteside (1964, 1966, 1976-1981), Cléro et Le Rest (1981).

[5] Newton (1666, 1667-1670, 1670-1671, 1671, 1693, 1711). Ces dates sont celles de composition indiquées par Whiteside (1976-1981). Voir la préface de John Colson à son édition (1736) de la *Méthode des fluxions* (Newton (1670-1671)). Sur l'influence du mouvement dans la génération des grandeurs chez Newton, voir, p. ex., les remarques de de Gandt (1982, 1992).

[6] Newton (1687), préface, éd. 1962, vol 1, p. 17.

[7] Barrow (1669). Cf., p. ex. Mahoney (1990). L'invention du calcul des fluxions par Newton doit avant tout, par son utilisation des séries infinies, à l'*Arithmétique des infinis* de Wallis (1655).

les *Principia*[8], mais les considérations sur les "premières et dernières raisons" qui ouvrent le livre I, "Le mouvement des corps", sont assez semblables à celles sur les fluxions[9]. La "méthode des premières et dernières raisons des grandeurs" fait intervenir l'idée de convergence continue de quantités qui sont aussi bien des grandeurs géométriques que des rapports de ces grandeurs, et de limite à l'infini de ces rapports (ou dernières raisons). "Les grandeurs [*quantities*], et les raisons [ou rapports, *ratios*] des grandeurs qui, en un temps fini quelconque, convergent vers l'égalité, et avant la fin de ce temps se rapprochent mutuellement plus près qu'aucune différence, deviennent à la fin égales", énonce le lemme I. Et, dans les lemmes VI et VII, la notion de limite à l'infini (de "dernière raison") d'un rapport entre l'arc, la corde, ou la tangente, est identifiée au rapport d'égalité de ces segments de ligne, ce qui permet de les substituer l'un à l'autre. Le scholie qui suit le lemme VIII parle de la "comparaison de grandeurs indéterminées de différentes sortes [qui] (…) augmentent ou diminuent en raison de l'augmentation ou de la diminution de leur rapport", et le lemme XI énonce que "la sous-tendante évanescente de l'angle de contact, dans toutes les courbes de courbure finie au point de contact, est à la fin [*ultimately*] comme le carré de la sous-tendante de l'arc adjacent".

L'utilisation des résultats obtenus ainsi justifiés permet, aux yeux de Newton, d'éviter aussi bien la lourdeur des démonstrations par l'absurde "de la méthode des anciens géomètres", que les obscurités de l'emploi des "indivisibles". Le sens de ces propositions est explicitement posé en termes de limites et du processus continu qui établit la réalité de ces limites : "Si je me trouve amené dans ce qui suit à considérer des grandeurs constituées de particules ou à utiliser de petites lignes courbes pour des droites, on devra comprendre que je ne parle pas d'indivisibles, mais de grandeurs divisibles évanescentes; non pas les sommes et rapports de parties déterminées, mais toujours des limites de sommes et de rapports…"[10]. D'Alembert, qui verra la signification des quantités différentielles infinitésimales dans la notion de limite, estimera, précisément, dans son *Traité de dynamique*, que "la méthode des infiniments petits n'est pas autre chose que la méthode des raisons premières et dernières, c'est-à-dire des rapports des limites de quantités finies"[11]. Telle sera aussi l'opinion de Lagrange, un siècle après les *Principia*: la méthode des limites, c'est-à-dire des fluxions, indiquera-t-il dans sa *Théorie des fonctions analytiques*, est "la traduction algébrique" de "la méthode des dernières raisons des quantités évanouissantes", et "c'est aux principes de cette méthode que se réduisent en dernière analyse les démonstrations relatives à celles

---

[8] Voir Whiteside (1970, 1967-1981).

[9] De fait, ce passage des *Principia* reprend en partie le contenu d'un appendice à la "Méthode des fluxions" de 1670-1671 (cf. Newton (1967-1981), vol. 3, p. 328-352), qui figure également dans l'introduction au "De Quadratura" (Newton 1693).

[10] Newton (1687), *Principia*, Livre I, Scholie du lemme XI, vol. 1, p. 38 de l'édition Cajori.

[11] D'Alembert (1743), ed. 1758, p. 50. Voir aussi ses articles "Différentiel" et "Fluxions" de l'*Enclopédie*.

des fluxions"[12].

La manière dont Newton tente d'éclairer ce qu'il entend par ses "raisons [ou rapports] de grandeurs évanescentes" est effectivement très voisine de celle qu'il emploie par ailleurs quand il définit les fluentes et les fluxions dans ses textes sur ces dernières. Par exemple: "Par dernière raison [*ultimate ratio*] de grandeurs évanescentes, il faut entendre la raison [le rapport] des grandeurs non pas avant qu'elles s'évanouissent, ni après, mais *avec laquelle* [*with which*] elles s'évanouissent" [13]. On peut risquer ici une remarque qui éclaire le problème de l'introduction, dans les *Principia*, d'une nouveauté conceptuelle fondamentale pour la physique: celle du temps instantané, qui fixe les relations de causalité. En effet, elle n'est nulle part explicite, et elle apparaît rétrospectivement comme liée au calcul différentiel. Mais elle est indéniablement contenue dans les *Principia*, dans la manière opératoire qui conduit aux résultats: on doit donc admettre qu'elle est présente, bien que sans le terme, dans la formulation géométrique qui correspond aux concepts de ce calcul. A cet égard, l'expression de Newton que nous venons de citer peut être vue comme désignant, en même temps que la limite, le temps instantané qui la fixe, comme moment de l'évanouissement, l'instant sans extension où ces rapports relatifs au mouvement ont la valeur considérée. Il n'est pas excessif de conclure que sa conceptualisation du calcul des fluxions est présente - sans le symbolisme - dans les raisonnements géométriques qui établissent les lois des mouvements des corps[14]. Elle donne aux raisonnements que Newton développe ensuite géométriquement sur ces mouvements toute leur rigueur. On peut lire dans ce sens l'indication de Newton lui-même selon laquelle sa méthode l'avait amené dès 1677 à la démonstration des lois de Képler[15].

Les résultats relatifs aux "dernières raisons des grandeurs" sont immédiatement appliqués à toutes sortes de problèmes où une loi du mouvement est donnée, par exemple à la comparaison des aires balayées par un rayon. L'emploi de ces quantités finies que sont les limites de rapports est ainsi approprié, par

---

[12] Lagrange (1797). Voir plus bas. D'Alembert indique également, par exemple dans son *Traité de dynamique*, que "la méthode des infiniments petits n'est autre chose que la méthode des raisons premières et dernières, c'est-à-dire des rapports des limites des quantités finies" (d'Alembert (1743, éd. 1758, p. 50). (La première édition, de 1743, comportait: "c'est-à-dire des rapports des quantités qui naissent ou qui s'évanouissent": p. 36-37).

[13] Newton (1687), *ibid.*, p. 39 (souligné par moi, M.P.).

[14] On considérait généralement, au dix-huitième siècle, d'ailleurs sur la foi de déclarations de l'auteur des *Principia* lui-même (voir plus bas, notes 15 et 22), que Newton avait utilisé le calcul des fluxions dans les *Principia* en les masquant ensuite sous une traduction purement géométrique: voir, par exemple, Fontenelle (1696, in 1989, vol. 3, p. 238), ou d'Alembert (1756). Cette conception était encore fréquente jusque relativement récemment: dans son commentaire aux *Principia*, F. Cajori s'en fait plusieurs fois l'écho. Une telle interprétation est en tout cas symptomatique quant à la signification attribuée au calcul par rapport à la physique de Newton. La remarque que nous venons de faire sur la présence implicite des fluxions dans les *Principia* ne s'identifie pas à cette interprétation (en particulier parce qu'elle n'implique pas l'utilisation du formalisme algébrique).

[15] Cf. les citations de Newton recueillies dans Cohen (1971).

construction, à l'étude de problèmes locaux et instantanés, c'est-à-dire du mouvement en un point d'une trajectoire à un instant donné.

Les problèmes de mouvement des corps qu'étudient les *Principia* portent effectivement sur des déterminations de trajectoires non pas globales, mais locales et pour des instants donnés : ce trait est en apparence rapporté à la géométrie infinitésimale sans qu'il soit nécessairement fait appel aux fluxions. Mais les fluxions, lorsqu'elles sont invoquées sous la forme des "premières et dernières raisons" ou nommément, le rendent totalement explicite et poussent dans leurs dernières conséquences le lien réciproque de constitution entre la formulation des problèmes physiques (mécaniques) et la mathématique spécifique qui en est le moyen (c'est-à-dire la géométrie telle qu'elle est en oeuvre dans les *Principia*). La conceptualisation des fluxions - sans le symbolisme - pénètre pour ainsi dire cette géométrie en la transformant dans son rapport à la mécanique, ce qui ensuite sera traduit de manière évidente par l'usage du symbolisme différentiel.

C'est ainsi que, avec l'élaboration de cette géométrie des limites et des mouvements instantanés - la conceptualisation de ces derniers n'était rien moins qu'évidente, et semble bien naître ici, de cette construction mêlée -, la causalité faisait son entrée en physique, du moins telle que nous la connaissons depuis lors, différente de ses formes archaïques et limitée à ce qu'en prescrivent les "règles du raisonnement en philosophie" qui ouvrent le livre I, à savoir l'explication (mathématique) des phénomènes: la causalité dans le sens différentiel, relative au rapport entre les états de mouvement d'un corps à deux instants successifs[16].

On remarque d'ailleurs que les fluxions *stricto sensu* ne sont pas absentes des *Principia* : elles figurent de façon quasiment explicite dans le deuxième livre, sur "Le mouvement des corps dans des milieux résistants", appelées par la formulation même des problèmes, où la résistance des milieux est exprimée selon des fonctions diverses de la vitesse. Le lemme II de cette partie stipule expressément les propriétés des "moments" (il s'agit bien ici des dérivées) de produits de plusieurs puissances positives ou négatives, entières ou fractionnaires de quantités ou grandeurs (le "moment" de $A^{\frac{n}{m}}$ est $\frac{n}{m} a\, A^{\frac{n-m}{m}}$, a étant "la vitesse" du changement continu - accroissement ou diminution - de A [17]). Les quantités considérées (le terme "*genitum*" qui les désigne ici correspond en fait à la "fluente" du *Traité des fluxions*) sont "variables et indéterminées", et "changent par un mouvement ou flux continuel". Et les "moments" qui expriment la variation de ce flux souffrent de la même ambiguïté que ceux du *Traité des fluxions*, car Newton désigne en fait par le terme "moment" aussi bien les "accroissements ou les diminutions instantanées" des quantités[18] que leurs "premières proportions", qui

---

[16] Voir les riches réflexions d'Einstein sur ce sujet: Einstein (1927 b). Cf. Paty (1987).

[17] Newton (1684), ed. 1960, vol. 1, p. 248. La traduction directe en langage différentiel serait: $a = \frac{dA}{dt}$, et $\frac{dA^{\frac{n}{m}}}{dt} = \frac{n}{m}\ A^{\frac{n-m}{m}} \frac{dA}{dt}$.

[18] C'est-à-dire, en notation différentielle, *dA*.

sont finies, c'est-à-dire les vitesses d'accroissement[19]. Il l'indique lui-même: "Il reviendra au même d'utiliser, au lieu des moments, soit les vitesses d'acrroissement ou de diminution (que l'on peut dénommer aussi les mouvements, les mutations, et les fluxions des quantités), ou toute quantités finies proportionnelles à ces vitesses"[20]. Le scholie qui suit le lemme II évoque d'ailleurs "la méthode générale" pour calculer des tangentes ou résoudre d'autres problèmes, qu'il a combinée "à cette autre [méthode] de traiter les équations en les réduisant à des séries infinies", dans son traité "composé en l'année 1671"[21]. Newton indique explicitement que "le fondement de cette méthode générale est contenu dans le lemme qui précède"[22].

Il reste, toutefois, que l'on ne trouve pas, dans les *Principia*, les équations du mouvement écrites algébriquement, en termes de fluxions, et que, dans la grande majorité de ses démonstrations, Newton n'a probablement pas eu recours à ce calcul, dont il n'avait sans doute pas maîtrisé toute la puissance[23]. La traduction ultérieure par Mac Laurin des propositions des *Principia* dans le symbolisme algébrique des fluxions[24] illustrera, comme Lagrange le soulignera pour sa part, la difficulté des démonstrations par la méthode des fluxions, qui demande d'ailleurs d'employer "des artifices particuliers". C'est pourquoi, aux yeux de Lagrange, Newton ne s'en est pas directement servi et a "préféré comme plus courte" celle "des dernières raisons des quantités évanouissantes"[25]. Par

---

[19] C'est-à-dire $\frac{dA}{dt}$. Ni dans sa théorie des fluxions, ni dans ses considérations des *Principia* sur le mouvement et le passage à la limite, Newton ne conceptualise directement *dt*, d'où les difficultés de son symbolisme où interviennent des grandeurs hétérogènes.

[20] Newton (1787), Livre II, lemme II, éd. Cajori, 1969, vol. 1, p. 249.

[21] Cf. Newton (1671). Cette formulation, donnée dans la troisième édition, diffère de celle des deux éditions précédentes: elle évite toute allusion qui renverrait à la controverse avec Leibniz. Voir, sur ce point, le commentaire donné par F. Cajori, dans son édition de la traduction par Motte de la troisième édition des *Principia* (éd. 1960, vol. 2, p. 655-656).

[22] Dans son examen des fondements du calcul différentiel, et dans son rappel des conceptions et du travail de Newton, Lagrange (1797) souligne précisément comment certains problèmes sur la résistance au mouvement des corps considérés dans le livre II des *Principia* dépendent naturellement du calcul différentiel, et évoque l'insuffisance du traitement que Newton avait d'abord donné par les séries du problème n° 3, qu'il reprit dans la seconde édition, après les travaux de Jean et Nicolas Bernoulli, par le calcul différentiel.

[23] Newton le prétendait pourtant, dans un texte de 1715, relatif à sa controverse avec Leibniz: Newton (1715). Mais il peut avoir été alors poussé à exagérer le rôle des fluxions dans les *Principia* par le désir de trop prouver sa priorité dans la découverte et la mise en oeuvre du calcul différentiel. Ses lettres ou manuscrits connus, tels qu'ils ont été examinés depuis quelques décennies, ne révèlent en tout cas rien de tel: voir Whiteside (1970) et Cohen 1975).

[24] Mac Laurin (1746).

[25] Lagrange (1797), p. 4. Lagrange souligne d'autre part les difficultés conceptuelles qui demeurent à considérer des quantités évanouissantes. Sa *Théorie des fonctions analytiques* se propose de fonder autrement les principes du calcul différentiel: en les dégageant "de toute considération d'infiniments petits ou d'évanouissantes, de limites et de fluxions", en s'en tenant "à l'analyse algébrique des quantités finies", comme l'indique le titre complet de son ouvrage. Pour lui (dès 1772), "les vrais principes du calcul différentiel résident dans la théorie du développement des fonctions en série, et en particulier dans le théorème de Taylor" (*ibid.*, p. 5).

ailleurs, sa conception des rapports entre la synthèse géométrique et l'analyse algébrique suffit sans doute à rendre compte du privilège donné au mode géométrique de démonstration choisi pour les *Principia*[26]. Mais c'est, redisons-le, une géométrie "dynamique", imprégnée par son concept de limite qui porte le temps instantané: cela suffit - par les résultats acquis - à en faire l'extrême nouveauté.

Quand au calcul différentiel de Leibniz, quelles que soient les circonstances exactes de son origine[27], tout en étant de nature essentiellement algébrique, il fut pensé par son fondateur comme un algorithme utile et puissant par ses applications en géométrie, pour la détermination des propriétés locales des courbes: le mémoire qui l'institue a pour titre "Nouvelle méthode pour les maxima et les minima ainsi que les tangentes …"[28]. La définition des quantités différentielles, dans le texte fondateur de Leibniz, est directement tirée de la considération de *rapports* entre des segments de lignes géométriques: la "différence" (*differencia*) dv d'une grandeur v est un segment qui se trouve avec dx (segment choisi arbitrairement) comme v avec un certain segment fini (XB sur sa figure): la différentielle est définie en termes de proportion ($\frac{dx}{dv} = \frac{v}{XB}$). Les règles de calcul (les quatre opérations, etc.) des nouvelles grandeurs différentielles sont posées d'emblée aussitôt après cette définition: elles sont évidemment adéquates aux propriétés infinitésimales des courbes.

La définition d'origine des quantités dx sera omise par Leibniz dans ses textes ultérieurs; il s'en tiendra à énoncer les règles de calcul, la définition de la différentielle n'étant autre désormais que son algorithme même. Si Leibniz a pu hésiter sur l'interprétation à donner à ses différentielles, il reste qu'il les a considérées essentiellement sous leur aspect formel. "Il est vray", écrit-il à Fontenelle, "que chez moi, les infinis ne sont pas des touts et les infiniment petits ne sont pas des grandeurs. Ma métaphysique les bannit de ses terres. Elle ne leur donne retraite que dans les espaces imaginaires du calcul géométrique, où ces notions ne sont de mise que comme les racines qu'on appelle imaginaires"[29].

C'est indéniablement le caractère entièrement algébrique du calcul

---

[26] Sur la géométrie chez Newton, voir Whiteside (1970), Hock (1984).

[27] Il est probable que le mouvement des corps et des figures tient une part dans la formation de ses idées, si l'on considère ses textes antérieurs au calcul différentiel. Par ailleurs, même si l'invention de Leibniz est distincte des fluxions de Newton, il est difficile de penser que l'algorithme qu'il propose (Leibniz (1684)) soit totalement indépendant de ces dernières: il est défini exactement selon leurs relations. Voir les indices trouvés par C. J. Gerhardt dans les papiers de Leibniz, *in* Gerhardt (1849-1863), vol. 1, p. 7. Cf., p. ex., Rouse Ball (1888), ed. 1960, p. 357-360. Voir aussi le commentaire de Cajori à son édition des *Principia* mentionné plus haut (note 21). Cf., plus récemment, Whiteside (1967-1981), vol. 2, p. 170. Selon Whiteside, Leibniz a eu en mains, en 1676, le "De Analysi" (Newton (1667-1670)) et a bien utilisé les indications sur la méthode des fluxions qui y figurent.

[28] Leibniz (1684).

[29] Leibniz, lettre à Fontenelle, *in* Fontenelle (1989), vol. 3, p. 412. Et, ajoute-t-il, "la part que j'ai eu à faire valoir le calcul des infinitésimales ne m'en rend pas assez amoureux pour les pousser au-delà du bon sens".

différentiel et intégral - voire ce statut opératoire, algorithmique, de la grandeur différentielle - qui devait faire son succès. Il devait permettre de poursuivre et généraliser l'algébrisation de la géométrie inaugurée par Descartes, et d'assurer l'imprégnation complète de la géométrie, mais aussi des autres branches des mathématiques, et de la mécanique, par l'analyse. De l'algèbre, le nouveau calcul tient son caractère d'opération sur des objets abstraits et généraux qui permet de s'affranchir des propriétés particulières et des figures; sa plasticité, avec les différentielles des divers ordres, devait lui permettre d'étendre sans cesse son domaine d'application à l'étude des mouvements les plus variés et des propriétés des corps les plus divers.

Par ailleurs, il fallut un certain temps avant que le nouveau calcul soit appliqué de manière effective et systématique à la mécanique: le temps au moins de l'assimilation, c'est-à-dire de la création des conditions intellectuelles et des habitudes mentales nécessaires. L'évidence ultérieure fait oublier les difficultés et les tâtonnements initiaux, qui témoignent pourtant combien cela n'était pas acquis au départ. Il est probable que la difficulté ne tenait pas seulement à des raisons inhérentes au calcul différentiel lui-même et à sa nouveauté (sans parler des difficultés propres au symbolisme des fluxions, finalement laissé de côté, à certaines notations près comme les $\dot{x}$, $\ddot{x}$,... en mécanique rationnelle): son caractère de pur formalisme algébrique, dont les règles opératoires peuvent faire abstraction de tout contenu, en évinçant l'imagination, n'en facilitait sans doute pas de prime abord l'application au traitement de problèmes concrets (géométriques ou mécaniques), traitement qui s'était toujours fondé jusqu'alors sur des représentations intuitives.

En même temps, le calcul différentiel suscitait la transformation des concepts usuels, voire l'élaboration de nouveaux concepts, dans les domaines auxquels il était susceptible de s'appliquer. Après Newton et Leibniz, Jacques et Jean Bernoulli ainsi que Pierre Varignon furent les premiers à appliquer le nouveau calcul à la géométrie comme à la mécanique. On doit en particulier aux trois derniers d'avoir su combiner de façon systématique l'utilisation de l'algorithme leibnizien et les lois du mouvement des corps formulées par Newton. Il s'agissait de véritables reconstructions conceptuelles, qui n'allaient en général pas de soi. Le concept de vitesse, par exemple, acquiert avec le calcul différentiel une signification différente de celle, intuitive, considérée par Galilée, en étant défini désormais avec précision (par Varignon) comme $\frac{dx}{dt}$ [30]. Celui d'accélération, en tant que "force accélératrice", à travers la deuxième loi de Newton, trouve lui aussi sa définition précise avec la notion de différentielle seconde : $\frac{ddx}{dt^2}$. Cela ne se fit pas, au début, sans ambiguïté, puisque l'accélération fut en premier lieu construite à partir de la notion de force centrale, empruntant à la loi de la chute des corps de Galilée la

[30] Cf. Blay (1992), p. 153 et suiv..

relation des éléments d'espace au carré des temps[31]: si le ddx est bien une différentielle seconde, le dt^2 fut, lui, conçu au début comme un carré. Cette ambiguïté devait persister assez longtemps, et on la trouve encore présente chez d'Alembert, qui s'efforcera cependant de clarifier la définition de l'accélération[32].

Ces concepts sont, en fin de compte, ajustés, dans leur définition suivant le calcul différentiel, aux problèmes du mouvement tels que Newton les avait considérés. En d'autres termes, les notions de la mécanique newtonienne reçoivent, avec le nouveau calcul symbolique, leur expression exacte et leur signification précise. Du moins, dans un premier temps, s'agît-il de cette partie de la mécanique newtonienne qui concerne les lois générales des mouvements des corps, et qui seule encore faisait l'objet des premières applications des méthodes du calcul différentiel.

La génération suivante, celle des Daniel Bernoulli, Alexis Clairaut, Leonhard Euler, Jean d'Alembert, voit la plénitude et l'universalisation d'un calcul différentiel et intégral en pleine possession de ses moyens et son utilisation en mécanique et en astronomie, poursuivant et élargissant désormais l'exploration du système du monde de Newton, et non plus seulement ses lois du mouvement des corps.

C'est, en fait, avec le *Traité des fluxions* de Mac Laurin[33] que l'on trouve la transcription en termes de fluxions des résultats des *Principia* de Newton, et en particulier des équations de la dynamique. Cet ouvrage est lu peu après sa parution par d'Alembert, qui fait sienne la théorie newtonienne des lois du mouvement et de la gravitation tout en adoptant la notation leibnizienne du calcul différentiel dans la tradition de Varignon.

D'une manière générale, la puissance de la formulation par le nouveau calcul fournit la possibilité de traiter avec précision des problèmes qui n'avaient été abordés jusque-là que de manière qualitative: telle la détermination exacte de la figure de la Terre, ou le problème des trois corps par la mise au point de méthodes de perturbation directement tirées de l'analyse[34], qui permit entre autres l'explication des irrégularités observées du mouvement de la Terre (précession des équinoxes, nutation[35]), de la Lune[36] et des grosses planètes[37], ainsi que la théorie

[31] Blay (1992), p. 181-187.

[32] D'Alembert (1743), ed. 1758, p. 177-34. Cette ambiguïté, compréhensible en raison des définitions des quantités différentielles encore tributaires d'une traduction visuelle en termes d'éléments de courbes, engendra la présence intempestive d'un facteur 2 dans certaines expressions liées à l'accélération, comme d'Allembert lui-même le signale d'ailleurs (p.ex., 1753, éd. 1758, p. 32, art. 26, ou encore, art. 33, p. 43). Cf., sur ce facteur 2, Hankins (1970), Costabel (1984), Blay (1992), et les commentaires de Jeanne Peiffer à son édition critique de l'oeuvre de Jacques Bernoulli.

[33] Mac Laurin (1742).

[34] L'histoire des travaux parallèles sur le problème des trois corps de Clairaut, Euler et d'Alembert est relativement bien connue. Voir, p. ex., Gautier (1814), Hankins (1970), Taton (1984).

[35] D'Alembert (1749, 1754-1756).

des comètes. Ces développements devaient aboutir, vers la fin du siècle, à la résolution d'une question laissée entièrement ouverte par Newton, celle de la stabilité du système solaire[38].

Quant à la dynamique des corps elle-même, le calcul différentiel permettait de la traiter dans une grande diversité de cas, pourvu que l'on sache trouver quelques principes qui en guident l'application (conservation des forces vives, travaux virtuels, minimum d'action, etc.), ces principes étant à justifier en fonction des problèmes considérés. Le théorème général de la dynamique, formulé en 1743 par d'Alembert[39], basé sur le principe des vitesses virtuelles, devait permettre l'unification de principe de tous les problèmes particuliers de systèmes de corps soumis à des forces ou à des liaisons, en établissant comment tous ces problèmes se rattachent directement aux trois lois du mouvement de Newton sans nécessité d'aucune hypothèse particulière. Or il se fonde sur un examen détaillé de la formulation des grandeurs mécaniques par le moyen du calcul différentiel et intégral. Ce résultat unificateur demandait certes encore des transcriptions difficiles pour mettre les problèmes sous la forme analytique, mais il marque une étape décisive de la complète soumission de la mécanique à l'analyse.

Joint à la loi de la gravitation, le "principe de d'Alembert" pavait la voie par laquelle Joseph Louis Lagrange devait accomplir, avec sa *Mécanique analytique*, le programme d'une totale analyticité pour cette science. Mais cet aboutissement échappe à la considération de la seule mécanique des corps solides et du calcul différentiel total, et implique une nouvelle étape de la mathématisation de la physique, qui voit l'extension du domaine d'utilisation de l'analyse, elle-même prolongée aux différences partielles, aux phénomènes d'hydrodynamique ou mécanique des fluides.

En somme, pour résumer en une phrase les leçons de cette étape de la mathématisation, quelque chose s'est transformé, dans la conceptualisation des problèmes physiques et dans la pratique du calcul mathématique (dans la mise en oeuvre de son symbolisme), qui a rendu possible l'utilisation, la fécondité et l'exploitation de la puissance du calcul pour les problèmes considérés. Il était d'ailleurs désormais possible, soit dit en passant, de dégager ces notions, mécaniques aussi bien que mathématiques, des interprétations floues ou "métaphysiques" qui les accompagnaient, parce qu'elles avaient su montrer leur opérativité, et qu'il devenait par là plus facile de cerner leur signification nécessaire[40].

---

36 La théorie du mouvement de la Lune, abordée par Clairaut dès 1747, fut publiée, après les avatars connus sur la mise en doute pendant un temps de l'exactitude de loi de la gravitation newtonienne, respectivement par Clairaut en 1752, Euler en 1753, d'Alembert en 1754.

37 Etude des mouvements de Saturne et de Jupiter par Euler.

38 Ce fut l'oeuvre de Laplace dans son *Traité de mécanique céleste* (1799-1825). Plus tard, l'approfondissement des problèmes de dynamique devait remettre en cause la stabilité laplacienne avec Poincaré (1892-1899).

39 D'Alembert (1743).

40 Moyennant, il est vrai, des clarifications épistémologiques comme celles de d'Alembert.

Mais l'on n'a pas totalement expliqué pour autant la capacité du formalisme à exprimer d'une manière si ajustée et féconde les problèmes physiques relatifs aux propriétés des mouvements des corps et, par là, à nous révéler ces dernières. Du moins pressent-on qu'elle est autant construite que donnée.

MECANIQUE DES FLUIDES ET CALCUL AUX DERIVEES PARTIELLES

Les leçons de l'étape suivante de la mathématisation sont d'une nature à certains égards semblable. Nous n'en donnerons ici qu'un aperçu. Les lois de la mécanique des fluides ne sont obtenues, au dix-huitième siècle, que grâce à l'invention et à l'utilisation du calcul aux dérivées partielles, oeuvre en premier lieu de d'Alembert qui l'aborde par une approche fonctionnelle (en terme de fonction de variables, et non plus de courbes), ce qui lui permet d'aller au-delà des "équations modulaires" pour les familles de courbes décrites par un paramètre arbitraire, étudiées vers 1730 par Euler. Ce dernier s'en tenait à l'utilisation de ces équations pour les courbes, posant les relations différentielles sans considérer le problème de leur intégration[41]. Utilisant les relations modulaires d'Euler mais à propos d'un problème totalement différent des courbes paramétrées qui avaient intéressé Leibniz et Euler, d'Alembert considère ces équations comme un nouveau calcul en lui-même, en se préoccupant de trouver des méthodes pour les intégrer.

Il aborde la question dès 1743, en termes de fonction de deux variables indépendantes[42], dans le *Traité de dynamique*, à propos des oscillations d'une corde pesante suspendue par une extrémité[43], mais sans obtenir de solution. Il écrit, en 1747, l'équation des cordes vibrantes [44] sous la forme générale,

---

[41] Demidov (1989). Leibniz avait considéré la "differentiatio de curva in curva" d'une famille de courbes, représentée par l'équation $y = f(x, a)$, dépendant d'un paramètre a, qu'il appelait "module", en différenciant par rapport à a, laissant x constant. Leibniz, Jean et Nicolas Bernoulli posèrent des régles telles que $d_a d_x y = d_x d_a y$. Euler, dans un Mémoire présenté à l'Académie de Saint-Petersbourg en 1734, introduisit la notion d'équation modulaire en posant

$dy = P(x, y, a)\, dx + Q(x, y, a)\, dy$,

et en exprimant la condition sur P et Q pour que la différentielle dy soit totale. La relation entre P et Q est en fait une équation différentielle partielle, mais elle n'est pas explicitement considérée comme telle par Euler. L'intérêt pour les équations modulaires s'estompa à partir de 1740 (Engelsman 1984 a et b), et Euler ne s'y intéressa plus. Les travaux de d'Alembert lui fourniront l'occasion de revenir à ses méthodes, mais cette fois sous l'égide d'un calcul riche d'applications.

[42] Elles sont considérées sur un même pied, et non plus selon les significations différentes d'une variable pour décrire une courbe et d'un paramètre. Cette symétrie fait immédiatement voir la différenciation sous un jour identique au calcul ordinaire (à unne variable indépendante). C'est en même temps "silencieusement" que le concept de ce nouveau calcul s'introduit: d'Alembert le fait simplement fonctionner. Il n'acquerra sa dénomination que plus tard.

[43] D'Alembert (1743), p. 95 et suiv., article 98. Il s'en tient alors à la méthode d'Euler des équations modulaires. Dans la seconde édition du *Traité de dynamique*, il posera, pour résoudre le problème, la méthode de séparation des variables (*ibid.*, ed. 1758, chap.3, art. 133). Cf. Demidov (1989).

[44] D'Alembert (1747b).

indépendante d'hypothèses[45], comme: $\frac{d^2y}{dt^2} = c^2 \frac{d^2y}{dx^2}$, $y\ (x,\ t)$ étant l'amplitude, et en propose une solution complète sous la forme [46]: $y\ (x,\ t) = f\ (x + ct) - g(x - ct)$, f et g étant des fonctions arbitraires dépendant des conditions initiales (forme et vitesse) de la corde. Son étude "sur la cause générale des vents", en fait sur la théorie des marées atmosphériques, publiée la même année, met en oeuvre de manière systématique cette nouvelle branche du calcul différentiel et intégral. Elle venait d'être couronnée l'année précédente par l'Académie de Berlin: Euler en avait reconnu immédiatement tout l'intérêt à l'égard des applications possibles du nouveau calcul[47].

Très vite, le calcul aux dérivées partielles est utilisé en "hydrostatique et en hydraulique"[48], c'est-à-dire en mécanique des fluides. L'*Essai d'une nouvelle théorie de la résistance des fluides* de d'Alembert, paru en 1752[49], suivi par les mémoires d'Euler sur le même sujet[50], aboutissent à la mise en forme analytique de tous les problèmes de l'hydrostatique et de l'hydrodynamique, désormais réunies et devenues ni plus ni moins que l'un des domaines d'une mécanique élargie.

Les phénomènes qui suscitent le calcul aux dérivées partielles sont ceux relatifs aux corps déformables, élastiques ou fluides, et leur traitement théorique rationnel, qui veut recourir à des principes généraux en s'embarrassant le moins possible d'hypothèses particulières, ne se satisfait plus des quantités qui interviennent en mécanique du point matériel et du corps solide ou rigide, à une variable indépendante et de leurs équations différentielles totales. Ils requièrent une description à plusieurs degrés de liberté, c'est-à-dire plusieurs variables indépendantes. La mécanique des fluides substitue, par exemple, à un système de points matériels de la mécanique des solides un flux continu.

On voit, tant par les premiers travaux originaux que par les développements qui les suivent en clarifiant leur formulation et en systématisant leurs résultats, combien cette extension du calcul différentiel, qui s'accompagne d'un élargissement de la mécanique des points matériels et des corps solides aux milieux continus et aux corps déformables, élastiques ou fluides, est appelée par la problématisation physique. Celle-ci est elle-même pensée en fonction de cet outil

---

45 Brook Taylor avait étudié les cordes vibrantes sous l'angle mécanique et mathématique en 1713 dans son essai "De motu nervi tensi", mais en posant des hypothèses particulières, et sans intégrer l'équation.

46 A l'aide de la méthode d'Euler.

47 D'Alembert (1747a). Sur d'Alembert et le calcul aux dérivées partielles, cf. Truesdell (1954), Hankins (1970), Paty (1977), Szabo (1977), Demidov (1982, 1989), Engelman (1984 a et b).

48 Ces deux sciences constituent, dans le vocabulaire de d'Alembert (1758, p. 437-449), la "science de l'équilibre et du mouvement des fluides, et de leur action sur les corps solides qui y sont plongés".

49 D'Alembert (1752). Cet ouvrage est la transcription en français d'un travail rédigé en latin et soumis en décembre 1949 à l'Académie de Berlin pour le prix proposé sur la résistance des fluides, prix qui ne fut pas décerné cette années-là : cf. Taton (1984), p. 61.

50 Euler (1755).

mathématique créé, pour ainsi dire, à son usage. Ici encore, la création mathématique est directement issue de la considération des phénomènes physiques, laquelle s'en sert en retour pour s'établir en tant que science. On peut donc parler d'une double et réciproque constitution, de l'analyse aux différences partielles et de la théorie de l'hydrodynamique. Cette réciprocité, qui est la marque d'une période,"âge d'or" des rapports des mathématiques et de la physique où les interprétations de l'une épaulent celle de l'autre, a cet avantage de nous montrer comme naturellement combien le concept mathématique et sa forme entrent dans la construction même du concept physique, comme son vêtement taillé sur mesure. Il vient préciser l'intuition physique informée des phénomènes, et devient le moyen nécessaire de ses approfondissements conceptuels.

Le lien de constitution dû à cette circonstance entraînera ensuite, au dix-neuvième siècle, en raison de conceptualisations de nouveaux objets physiques fondées sur des analogies intuitives ou formelles, le traitement par l'analyse de l'optique ondulatoire (les ondes lumineuses étant assimilées à des ébranlements d'un éther, milieu élastique), puis de la théorie électromagnétique (par l'éther électrique et l'éther magnétique), à tel point que les équations de Maxwell seront considérées comme l'essence même de l'utilisation du calcul aux dérivées partielles en physique. Ce faisant, les modèles hydrodynamiques de départ se verront dépassés par les exigences propres des phénomènes physiques concernés; mais leur traitement par le calcul aux dérivées partielles demeurera, sans le soutien devenu inutile des modèles imagés, et s'imposera comme le moyen de l'élaboration théorique de ces phénomènes. C'est ainsi que le calcul aux dérivées partielles s'emparera du champ entier de la physique, imprégnant la formulation de ses concepts mêmes.

Revenons au dix-huitième siècle, et à l'origine de cette interpénétration de l'analyse aux différences partielles et de l'hydrodynamique. D'Alembert a su exprimer les exigences épistémologiques particulières à la mécanique des fluides, qui déterminent les conditions à prendre en compte pour sa mathématisation. Dans un premier temps, avec son *Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides*, de 1744, "pour faire suite au *Traité de dynamique*", il n'est encore question que de différentielles totales, et les conditions de la mathématisation portent sur les principes et s'aident d'hypothèses simplificatrices plausibles comme celle qui représente l'écoulement d'un fluide par une succession de tranches d'égales vitesses.

Ensuite, il s'affranchira de telles hypothèses, en relation d'ailleurs à la possibilité d'utilser le calcul aux dérivées partielles. Mais ses considérations sur le rapport des principes à la mathématisation sont valables dans les deux cas. L'objet de la "science de l'équilibre et du mouvement des fluides", écrit-il en substance dans son *Traité* de 1744 et dans l'*Essai d'une nouvelle théorie de la résistance des fluides* de 1752, comme dans l'*Essai sur les éléments de philosophie* de 1758[51], ne

[51] D'Alembert (1744, 1752, 1758).

se laisse réduire qu'en principe à celui de la mécanique, en raison du trop grand nombre de corpuscules à considérer, mais aussi de notre ignorance de leur constitution et de leur arrangement exact. Son étude théorique, à l'aide des mathématiques, requiert la formulation de certains principes d'expérience que l'on prend ("faute de mieux") pour propriétés fondamentales des fluides (à la manière dont, en astronomie, on a considéré les lois de la gravitation universelle). L'égalité de pressions en tous sens y remplace, pour ainsi dire, la loi de l'équilibre de la mécanique, et il s'agira, dès lors, de ramener "les lois du mouvement des fluides et de leur action (…) à celles de l'équilibre des mêmes fluides"[52].

Le *Traité* de 1744 avait pu formuler un théorème analogue, pour les fluides, à son théorème général de la dynamique, et rattacher par là la mécanique des fluides à la mécanique. Mais c'est seulement l'introduction des différences partielles qui lui permet de répondre de manière véritablement satisfaisante au programme qu'il s'était fixé en matière d'étude des fluides, de réduction et d'unification des principes pour une théorie déductive, résolvant par l'analyse "les questions les plus délicates et les plus difficiles sur le mouvement des fluides et sur la pression qu'ils exercent quand ils sont mus"[53]. Son *Essai d'une nouvelle théorie*, de 1752, le voit abandonner l'hypothèse trop restrictive et approximative des tranches d'égale vitesse et les modèles particuliers. Ne retenant comme principe que celui selon lequel "un fluide est un corps composé de particules très petites, détachées, et capables de se mouvoir librement"[54], il écrit les équations au dérivées partielles décrivant l'état d'un fluide en un point quelconque du flux de pression, c'est-à-dire du champ, fournissant ainsi le traitement analytique des problèmes les plus divers de mouvement et de résistance des fluides[55].

Les travaux d'Euler qui le suivent de près donnent une forme plus rigoureuse et élégante à la théorie, et établissent le système d'équations de l'hydrostatique et de l'hydrodynamique comportant l'équation de continuité et celle du potentiel de vitesse (plus tard appelée équation de Laplace) et les équations générales des fluides incompressibles. La *Mécanique analytique* de Lagrange constitue ensuite le point d'orgue de la formulation unifiée et complète de la mécanique des solides et des fluides sous le signe de l'analyse pure, "sans aucun secours de figures". Les équations de Lagrange ramassent dans leur expression symbolique toute la signification que revêt désormais la présence des dérivées partielles dans la formulation de la mécanique, dont celles-ci ont d'ailleurs permis l'unification autour de ses principes fondamentaux.

---

52 D'Alembert (1758), *ibid.*, et Préface à d'Alembert (1744). Voir également d'Alembert (1752), Introduction, p. xxviii.

53 D'Alembert (1758), p. 445.

54 D'Alembert (1752), Introduction, p. xxv-xxvi.

55 Passons ici sur l'introduction - ici encore, muette - du concept de champ, promis à un bel avenir sous le signe des dérivées partielles.

DES ‘MATHEMATIQUES MIXTES’ A LA PHYSIQUE MATHEMATIQUE

Le lien qui rattache les mathématiques à la physique, ou plus exactement à la mécanique, aux dix-septième et dix-huitième siècles, est communément exprimé par le terme "mathématiques mixtes", distingué des "mathématiques pures". Cette terminologie est employée par d'Alembert dans sa classification des sciences du *Discours préliminaire* de l'Encyclopédie. Elle se trouve déjà présente dans la classification des sciences du chancelier Bacon et l'expression désigne en fait, par sa généralité, le lien des mathématiques avec certaines parties des sciences de la nature aussi bien tel qu'il existait déjà dans l'antiquité que selon les renouvellements apportés au dix-septième siècle et culminant avec l'analyse cartésienne. Mais cette généralité ne réussit pas vraiment à faire droit à la nouvelle fonction des mathématiques en physique qui se précise avec l'analyse et singulièrement avec le calcul différentiel. D'Alembert lui substitue d'ailleurs souvent le terme "sciences physico-mathématiques", qu'il considère comme équivalent, mais qui apparaît plus propre à marquer la nature précise de ce rapport, qui est désormais de constitution.

La réunion des mathématiques avec l'astronomie et la mécanique qui s'opère au seizième siècle et au début du dix-septième avec Képler et Galilée avait trouvé avec la raison mathématique de Descartes sa portée profonde et sa justification. De la *mathesis* cartésienne, Newton et ses successeurs empruntent ce caractère propre aux mathématiques, qui les différencie de toutes les autres sciences, d'illustrer la méthode de la démonstration et de garantir la certitude[56]. On ne saurait surestimer le caractère décisif de cet accord en ce qui concerne le développement de l'étude des lois de la nature selon la voie rationnelle et l'affirmation de leur autonomie, ainsi que quant au rôle privilégié que les mathématiques sont appelées à y jouer.

Mais, par-delà cette commune fondation, la différence est grande entre les conceptions respectives de Descartes et de Newton sur le statut de la physique par rapport aux mathématiques. "Il n'y a rien dans ma physique", écrivait Descartes, "qui ne se trouve dans ma géométrie"[57]. Au contraire, Newton constituait la physique de manière distincte des mathématiques, en considération de ses problèmes propres - rapportés aux phénomènes constatés -, qu'elle s'attachait ensuite à caractériser mathématiquement. Ce trait apparaît de la façon la plus nette, et selon une modalité inédite, avec la formulation de lois de causalité temporelle par l'utilisation de l'analyse différentielle. A cet égard, les développements corrélés du calcul et de la mécanique tels que nous les avons suivis au dix-huitième siècle, consacrent la conception newtonienne et la font fructifier dans toutes ses implications.

Toutefois la formalisation, avec le traitement analytique des problèmes

---

56 Newton écrit, dans sa préface aux *Principia* de 1687, qu'il "se propose dans ce traité, de perfectionner, par la mathesis, la mécanique, en tant que celle-ci se rapporte à la philosophie" (Newton (1687), tr. fr. Biarnais.

57 Descartes (1637a).

de mouvement des corps et de dynamique, fait se réaliser ce qui n'était encore, d'une certain façon, qu'en germe dans la conception de Newton: la constitution explicite des concepts physiques et de l'expression des lois au moyen des notions mathématiques. Le passage de la géométrie à l'algèbre et la mise systématique de la physique sous la forme analytique rendent manifeste ce caractère de constitution. Dans son article de l'*Encyclopédie* intitulé "Application de l'Analyse à la géométrie", d'Alembert exprime l'idée que si la géométrie est la synthèse (comme le voulait Newton), l'analyse la précède, et se présente d'ailleurs comme le modèle par excellence de la connaissance, par sa fonction d'unification. En quelque sorte, le temps de l'analyse a succédé à celui de la géométrie[58]. Et la fonction d'unification de l'analyse la prédispose à servir aussi dans les sciences de la nature dont l'objet est susceptible d'une telle rationalisation.

Le terme de "sciences physico-mathématiques" paraît désormais plus propre à désigner cet état de choses, indiquant bien qu'il s'agit de sciences physiques constituées à l'aide des mathématiques. Ce lien de constitution n'était pas si étroit avant la nouvelle analyse. Quant aux mathématiques, l'expression s'accorde bien avec leur caractère extensif, c'est-à-dire avec le fait que leur champ s'accroît de nouveaux objets et de nouvelles méthodes que les sciences désignées ont elles-mêmes contribué à trouver.

Ces sciences, dont la pensée n'est pas séparable des mathématiques, ont un objet qui en fait cependant une science de la nature. C'est un objet abstrait et polyvalent, certes, comme le remarque d'Alembert, mais il est conforme à la réalité naturelle où il prend son origine, en même temps qu'il est élaboré par la raison. On trouve, au soubassement de ces conceptions, outre la leçon tirée de l'expérience du travail et de la création dans ce domaine de la science, les enseignements de la critique de la connaissance et de l'analyse de sa constitution, de Locke à Condillac[59]. Désormais, d'ailleurs, les mathématiques elles-mêmes et la *mathesis* qui exprime la certitude de la raison admettent un fondement plus naturel qu'avec Descartes et même avec Newton.

Cette double fondation - ce statut "mixte" - dans la raison et dans le monde de l'empirie n'est pas l'expression d'un dualisme, à cause, précisément, du statut "naturel" désormais accordé à la raison. Les objets, tout "idéaux" soient-ils, des "sciences physico-mathématiques" - ces sciences qui "consistent dans l'application de la géométrie et du calcul aux phénomènes de la nature"[60], et ce sont, à savoir, la mécanique, l'astronomie, l'optique géométrique, l'acoustique, l'hydrodynamique -, entretiennent un rapport étroit avec le monde physique réel, puisque c'est notre esprit qui les a contituées, par des processus successifs d'abstraction, à partir de ce monde. Les concepts les plus abstraits - y compris ceux des mathématiques pures, à l'étage le plus élevé de l'abstraction - sont encore le reflet du monde réel dont les objets sont portés à notre connaissance par

---

58 D'Alembert (1751). Paty (1977), p. 180, 182, 197.

59 Paty (1977).

60 D'Alembert (1758), p. 465.

l'intermédiaire de nos sens.

L'épistémologie des "sciences physico-mathématiques" telle que la développe d'Alembert - même si tous les savants ne la partagent pas, elle reste très significative de l'époque - est assise sur une conception génétique de la connaissance qui concilie les exigences du réalisme et celles du rationalisme. Ainsi le nouveau statut des constructions théoriques, en mathématique comme en physique, assure-t-il l'explication naturelle de l'harmonie, quand elle est trouvée, entre les phénomènes de la nature et les mathématiques qui sont les outils de notre représentation. La croyance en un fondement naturel de la raison, gage en fin de compte de l'adéquation, est peut-être ce qui, à l'époque, autorise l'audace d'assumer le caractère de construction de l'esprit donné à ces représentations.

L'application des mathématiques à l'étude des phénomènes de la nature s'effectue par un travail patient d'élaboration, qui en prépare les conditions et s'assure de sa légitimité dans chaque cas considéré. "C'est par le secours de la géométrie qu'on parvient à déterminer la quantité d'un effet compliqué, et dépendant d'un autre effet mieux connu; il ne faut donc pas s'étonner des secours que nous tirons de cette science dans la comparaison et l'analyse des faits que l'expérience nous découvre", expose d'Alembert dans ses *Eléments de philosophie*. Rappelant que "la perfection de l'analyse et l'invention de nouveaux calculs nous ont mis en état de soumettre à la géométrie des phénomènes très compliqués"[61], il souligne toutefois que tous les "sujets de physique ne sont pas également susceptibles de l'application de la géométrie"[62]. Le chercheur part des faits, dont il cherche à déterminer la dépendance mutuelle, qu'il tente de rassembler en un corps, permettant de découvrir d'autres faits cachés. L'usage des mathématiques n'est légitimé que par les caractères de l'objet considéré. La véritable nature de l'utilisation des mathématiques est dès lors précisée: elle sert à la construction même de la physique.

La *Mécanique analytique* de Lagrange représente le point d'aboutissement de la science physico-mathématique par excellence, la mécanique, dont le caractère physique apparaît totalement subsumé par la mathématisation - l'analyse seule, "sans le secours de figures"[63]. Elle constitue désormais l'idéal de la "physique mathématique", sans avoir pour autant rien perdu de sa capacité à rendre compte des phénomènes physiques auxquels sa construction fut ordonnée, et qui lui confère une égale légitimité à s'appeler "physique théorique".

A ce point de perfection de la rencontre du formalisme et du contenu empirique, pour un objet parfaitement circonscrit, celui de la mécanique, la recherche théorique relative à d'autres phénomènes va dès lors connaître un clivage, selon la définition des objets et le choix des méthodes. On privilégiera, dans la voie de la "physique mathématique", la perfection du formalisme, considérant qu'il est totalement apte à décrire la physique, et que l'objet de cette dernière peut nous être

61 *Ibid.*, p. 466.
62 *Ibid.*, p. 468.
63 Lagrange (188).

connu par l'usage des analogies qu'il suggère (jointe par ailleurs à des modèles explicatifs, comme la physique laplacienne en donnera l'exemple au début du dix-neuvième siècle). Au contraire, dans une voie qui ne se désigne pas encore comme "physique théorique" mais que nous pouvons caractériser comme telle, on considèrera avant tout la spécificité des phénomènes que l'on se propose de décrire, soumettant l'utilisation du formalisme à la nature physique propre de l'objet. Ce clivage, que l'on pourrait suivre à travers les développements, au dix-neuvième siècle, de la mathématisation de l'ensemble des domaines de la physique, est bien illustré par la controverse entre Poisson et Fresnel à propos de l'éther optique et de la nature transversale des vibrations lumineuses[64].

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

d'ALEMBERT, Jean le Rond (1743). *Traité de dynamique*, David, Paris, 1743. 2ème éd., modif. et augm., David, Paris, 1758.

d'ALEMBERT, Jean le Rond (1744). *Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides*, David, Paris, 1754.

d'ALEMBERT, Jean le Rond (1747a). *Réflexions sur la cause générale des vents*, David, Paris, 1747. (Pièce qui a remporté le prix proposé par l'Académie Royale des Sciences de Berlin pour l'année 1746).

d'ALEMBERT, Jean le Rond (1747b). Recherches sur la courbe que forme une corde tendue, mise en vibration, *Histoire de l'Académie de Berlin*, 3, 1747, 214-219.

d'ALEMBERT, Jean le Rond (1747c). Suite aux Recherches sur la courbe…, *ibid.*, 220-249.

d'ALEMBERT, Jean le Rond (1747d). Méthode générale pour déterminer les orbites et les mouvements de toutes les planètes, en ayant égard à leurs actions mutuelles, *Histoire de l'Académie de Berlin*, 3, 1747, 365-390.

d'ALEMBERT, Jean le Rond (1749). *Recherches sur la précession des équinoxes et sur la nutation de l'axe de la Terre dans le système newtonien*, David, Paris, 1749.

d'ALEMBERT, Jean le Rond (1751). Application de l'analyse à la géométrie, *Encyclopédie*, vol. 1, 1751.

d'ALEMBERT, Jean le Rond (1752). *Essai d'une nouvelle théorie de la résistance des fluides*, David, Paris, 1752. (Trad. par d'Alembert sur l'original en latin soumis au concours de l'Académie de Berlin en nov. 1749).

d'ALEMBERT, Jean le Rond (1754). Différentiel, *Encyclopédie*, vol. 4, 1754.

d'ALEMBERT, Jean le Rond (1755). Elémens des Sciences, *Encyclopédie*, vol.5, 1755.

d'ALEMBERT, Jean le Rond (1754-1756). *Recherches sur différents points importants du système du monde*, 3 vols., Paris, 1754-1756.

d'ALEMBERT, Jean le Rond (1756). Fluxions, *Encyclopédie*, vol. 6, 1756.

d'ALEMBERT, Jean le Rond (1758). *Essai sur les éléments de philosophie ou sur les principes des connaissances humaines*, Paris, 1758. *In Oeuvres philosophiques, historiques et littéraires de d'Alembert*, vol. 2, Bastien, Paris, 1805 [suivi des *Êclaircissements*]. Ré-éd., Olms Verlag, Hildesheim, 1965.

d'ALEMBERT, Jean le Rond, et DIDEROT, Denis (éd., 1751-1780). *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers*, 17 vols + 11 vol. de planches, Briasson, David, Le Breton et Durant, Paris, 1751-1780.

AURANI, Katya (1992). La nature et le rôle des probabilités dans les premières recherches de Boltzmann sur la deuxième loi de la thermodynamique (les articles de 1866, 1871, 1872 et de

[64] Je renvoie à un travail en préparation avec Arnaud Mayrargue.

1877). Thèse de doctorat, Université Paris 7, mars 1992.
BARON, Margaret E. (1969). *Origins of the infinitesimal calculus*, Oxford University Press, Oxford, 1969.
BARROW, Isaac (1670). *Lectiones geometricae: in quibus (praesertim) generalia curvarum linearum symptomata declarantur*, London, 1670.
BIARNAIS, Marie-Françoise (1982). *Les Principia de Newton. Genèse et structure des chapitres fondamentaux avec traduction nouvelle*, *Cahiers d'histoire et de philosophie des sciences*, nlle série, n°2, CNRS, Centre de documentation sciences humaines, Paris, 1982. Ré-impr., Bourgois, Paris, 1985.
BLAY, Michel (1992). *La naissance de la mécanique analytique. La science du mouvement au tournant des XVIIè et XVIIIè siècles*, Presses Universitaires de France, Paris, 1992.
BOYER, Carl B. (1939). *Concepts of the calculus*, New York, 1939; ré-éd., 1959.
CLERO, Jean-Pierre et LE REST, Evelyne (1981). *La naissance du calcul infinitésimal au XVIIème siècle*, *Cahiers d'histoire et de philosophie des sciences*, n°16, CNRS, Centre de Documentation Sciences Humaines, Paris, 1981.
COHEN, I. B. (1971). *Introduction to Newton's* Principia, Cambridge University Press, Cambridge, 1971.
COHEN, I. B. (1975). Newton, Isaac, *in* C.C. Gillispie (ed.), *Dictionary of scientifc biography*, vol.11, 1975, p. 42-101.
CONNES, Alain (1990). *Géométrie non commutative*, Interéditions, Paris, 1990.
COSTABEL, Pierre (1984). De quelques embarras dans le *Traité de dynamique*, *Dix-huitième siècle*, n° 16, 1984, 39-46.
DEMIDOV, Serguei S. (1982). Création et développement de la théorie des équations différentielles aux dérivées partielles dans les travaux de J. d'Alembert", *Revue d'histoire des sciences* 35, 1982, 3-42.
DEMIDOV, Serguei S. (1989). D'Alembert et la naissance de la théorie des équations différentielles aux dérivées partielles, *in* Monique Emery et Pierre Monzani (eds.), *Jean d'Alembert, savant et philosophe. Portrait à plusieurs voix*, Archives contemporaines, Paris, 1989, p. 333-350.
DESCARTES, René (1637a). *Discours de la méthode*, *in* Descartes, *Oeuvres*, éd. par Paul Adam et Jules Tannery, Vrin, Paris, vol. 6, ré-éd., 1982, p. 1-78.
DESCARTES, René (1637b). *La géométrie*, *in* Descartes, *Oeuvres*, éd. par Paul Adam et Jules Tannery, Vrin, Paris, vol. 6, ré-éd., 1982, p. 367-485.
EINSTEIN, Albert (1927). Newtons Mechanik und ihr Einfluss auf die Gestaltung der theoretishen Physik, *Naturwissenschaften* 15, 273-276; trad. fr. par le Cnel Cros, La mécanique de Newton et son influence sur l'évolution de la physique théorique, *in* A. E., *Comment je vois le monde*, Flammarion, Paris, 1934, p. 180-193.
EMERY, Monique et MONZANI, Pierre (eds.), *Jean d'Alembert, savant et philosophe. Portrait à plusieurs voix*, Archives contemporaines, Paris, 1989.
ENGELSMAN, Steven B. (1984 a). D'Alembert et les équations aux dérivées partielles, *Dix-huitième siècle*, n° 16, 1984, 27-37.
ENGELSMAN, Steven B. (1984 b). *Families of curves and the origins of partial differentiation*, North Holland, Amsterdam, 1984.
EULER, Leonhard (1734). De infinitis curvis eiusdem generis seu methodus inveniendi aequationes pro infinitis curvis eiusdem generis; Additamentum ad dissertationem de infinitis curvis eiusdem generis, *Commercium Academia scientiae Pertropolis* 7 (1734-1735), 1740, 174-183; 184-200. *In* Euler [1911 -), vol. ?.
EULER, Leonhard (1755). (Trois mémoires sur la mécanique des fluides), *Mémoires de l'Académie de Berlin*, 1755. Repris dans Euler (1911-).
EULER, Leonhard (1911-). *Opera omnia*, Basel, 3 séries de vols, depuis 1911.
FEINGOLD, Mordechai (ed., 1990). *Before Newton. The time and life of Isaac Barrow*, Cambridge University Press, Cambridge, 1990.
FONTENELLE (1696). Préface de l'*Analyse des infiniments petits* de M. le Marquis de l'Hôpital, *in* Fontenelle (1989), vol. 3, p. 237-245.
FONTENELLE (1989). *Oeuvres*, Fayard, Paris, 1989, 3 vols.
de GANDT, François (1982). Mathématiques et réalité physique au XVII è siècle (de la vitesse de

Galilée aux fluxions de Newton), *in* Apéry, R. *et al.*, *Penser les mathématiques*, Seuil, Paris, 1982, p. 167-194.
de GANDT, François (1992). Newton: la justification des infiniments petits et l'intuition du mouvement, *in* Monnoyeur (1992), p. 147-157.
GAUTIER, A. (1817). *Essai historique sur le problème des trois corps*, Paris, 1817.
GERHARDT, C.I. (1849-1863). Notes et commentaires à son édition de Leibniz (1849-1863), 7 vols.
HALL, Rupert (1962). *Unpublished scientiific papers of Isaac Newton*, Cambridge University Press, Cambridge, 1962.
HOCK, Françoise (1984). Remarques sur Newton et la géométrie, *in* Audureau, R. *et al.*, *Appliquer les mahématiques ?, Travaux du séminaire d'Epistémologie comparative d'Aix-en-Provence*, Editions du CNRS, Paris, 1984, p. 119-145.
HOUZEL, Christian (1992). Physique et géométrie, *in Universalia 92*, Enclopaedia Universalis, Paris, 1992.
LAGRANGE, Louis Joseph (1788). *Mécanique analytique*, Paris, 1788; 4è éd. (posth.), de 1753, *in Oeuvres*, vols. 11 et 12, 1888 et 1889.
LAGRANGE, Louis Joseph (1797). *Théorie des fonctions analytiques*, Imprimerie de la République, Paris, an V.
LAGRANGE, Louis Joseph (1867-1892). *Oeuvres*, publiées sous la dir. de J.A. Serret (vols 1-10 et 13) et Gaston Darboux, 14 vols, Gauthier-Villars, Paris, 1867-1892.
LAPLACE, Pierre Simon (1799-1825). *Traité de mécanique céleste*, 5 vols., Paris, 1799-1825. Rééd. en 4 vols., Paris, 1829-1939.
LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm (1684), Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas, nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus, *Acta eruditorum* (Leipzig), oct. 1684, 467-473, repris *in* Leibniz (1849-1863), vol. 5, p. 220-226.
LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm (entre 1671 et 1684). Theoria motus abstracti seu rationes motuum universalis, a sensu et phaenomenis independentes, repris *in* Leibniz (1849-1863), vol. 6, p. 61-80.
LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm (1849-1863). *Mathematische Schriften. Oeuvres*, édité par C. J. Gerhardt, 1849-1863, Halle, 7 vols, 1849-1863. Ré-éd., G. Olms, Hildesheim, 1962.
MAC LAURIN (1742). *A treatise of fluxions*, London, 1742.
de MAHONEY, Michael S. (1990). Barrow's mathematics: between ancient and moderns, *in* Feingold (1990), p. 179-249.
MONNOYEUR, Françoise (éd., 1992). *Infini des mathématiciens, infini des philosophes*, Belin, Paris, 1992.
NEWTON, Isaac (1666). To resolve problems by motion (mscrit , publié pour la première fois dans Hall (1962); *in* Newton (1967-1981), vol. 1, 1967, p. 400-448. [Cf. la version révisée, De solutione problematum per motum (vers 1668), The solution of problems by motion, *in* Newton (1967-1981), vol. 2, p. 194-201.]
NEWTON, Isaac (1667-1670). De analysi per equationes numero terminorum infinitas (paru en 1711); On analysis by equations unilimited in the number of their terms, *in* Newton (1967-1981), vol. 2, 1968, p. 206-247.
NEWTON, Isaac (1670-1671). Tractatus de methodis serierum infinitarum et fluxionem (publié en latin en 1779); trad. angl., A treatise of the methods of series and fluxions, publiée par John Colson, en 1736; *in* Newton (1967-1981), vol. 3, 1969, p. 32-353; trad. fr. par Georges Louis Leclerc de Buffon, *La méthode des fluxions et des suites infinies*, 1740, ré-impr., Blanchard, Paris, 1966.
NEWTON, Isaac (1671) . The quadrature of curves defined by equations of a finite number of terms, *in* Newton (1967-1981), vol. 3, 1969, 373-385.
NEWTON, Isaac (c. 1680). Geometria curvilinea (et autres mscrits); The geometry of curved lines, *in* Newton (1967-1981), vol. 4, 1971, p. 420-521.
NEWTON, Isaac (1684). *Arithmetica universalis. Liber primus* (mscrit); Verbeek, Lugduni Batavorum, 1732; ré-éd. cum commentario Johanni Castillionei, apud Marcum Michaelem, Amsterdam, 1761; éd. crit. et trad. angl., Universal arithmetic. Book one, *in* Newton (1967-1981),

vol. 5, 19??, p. 538-621.
NEWTON, Isaac (1684-1685). De motu corporum (Leçons prononcées en 1884-1885, mscrit); On the motion of bodies, *in* Newton (1967-1981), vol. 6, 1974, p. 30-228. [Voir aussi les augmentations de 1685-1686, *ibid.*, p. 229-455, ainsi que la version remodelée après la 1ère éd. des *Principia*, vers 1690, *ibid.*, p. 538-609.]
NEWTON, Isaac (1687). *Philosophiae naturalis principia mathematica*, Londres, 1687; 2ème éd., 1713; 3ème éd., 1726, éditée avec des variantes par Alexandre Koyré et I.B. Cohen, Cambridge University Press, Cambridge, 1972. *Mathematical principles of natural philosophy*, trad. angl. (d'après la 3è éd.) par Andrew Motte (1729), rév. et éditée par Florian Cajori, University of California Press, Berkeley, 1934, ré-impr., 1962, 2 vols. Trad. fr. partielle, cf. Biarnais (1982).
NEWTON, Isaac (1691-1692). De quadratura curvarum (mscrit), On the quadrature of curves, *in* Newton (1967-1981), vol. 7, 1976, p. 24-182.
NEWTON, Isaac (1711). *Analysis per quantitatum series, fluxiones ac differentias: cum enumeratione linearum tertii ordinis*, London, 1711. *In* Newton (1967-1981), vol.?, p. ?
NEWTON, Isaac (1967-1981). *The mathematical papers of sir I.N.*, éd. par Derek T. Whiteside, Cambridge University Press, Cambridge, 8 vols., 1967-1981.
PALTER, R. (ed.). (1967). *The 'Annus mirabilis' of Sir Isaac Newton, 1666-1966*, MIT Press, Cambridge, Mass., 1967.
PATY, Michel (1984). Rapport des mathématiques et de la physique chez d'Alembert, *Dix-huitième siècle*, n° 16, 1984, 69-80.
PATY, Michel (1987). Einstein et la pensée de Newton, *La Pensée*, n° 259, sept.-oct. 1977, 17-37.
PATY, Michel (1988). D'Alembert et les probabilités, *in* R. Rashed (ed.), *Sciences à l'époque de la Révolution française. Recherches historiques* , Blanchard(p. 203-265). Paris:.
PATY, Michel (1990). Reality and Probability in Mario Bunge's *Treatise*, *in* Dorn, Georg and Weingartner, Paul (eds.), *Studies on Mario Bunge's Treatise*, Poznan studies in the philosophy of the sciences and humanities, Rodopi, Amsterdam-Atlanta, 1990, p. 301-322.
PATY, Michel (1992). L'endoréférence d'une science formalisée de la nature, *in* Dilworth, Craig (ed.), *Intelligibility in science*, Rodopi, Amsterdam, 1992, p. 73-110.
POINCARE, Henri (1892-1899). *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, Paris, 1892-1899, 3 vols.
POINCARE, Henri (1897). Les rapports de l'analyse et de la physique mathématique, *Revue générale des sciences pures et appliquées* 8, 1897, 857-861. Repris dans Poincaré (1991), p. 17-30.
POINCARE, Henri (1991). *L'analyse et la recherche*, choix de textes et introduction de Girolamo Ramunni, Hermann, Paris, 1991.
RASHED, Roshdi (1984). *Entre arithmétique et algèbre*, Les Belles Lettres, Paris, 1984.
ROUSE BALL, W. W. (1888). *A short account of the history of mathematics*, 4ème éd., Dover, New York, 1908, ré-impr., 1960.
SZABO, Ivo (1977). *Geschichte der mekanischen Prinzipien*, Basel/Stuttgart, 1977.
TATON, René (1984). D'Alembert, Euler et l'Académie de Berlin, *Dix-huitième siècle*, n° 16, 1984, 55-68.
TRUESDELL, C.A. (1954). The rational mechanics of flexible or elastic bodies, 1638-1788, *in* Euler, L., *Opera omnia*, ser. 2., vol. 11, 1960.
TURNBULL, H. W. (1945). *The mathematical discoveries of Isaac Newton*, Blackie and sons, London and Glasgow, 1945.
TURNBULL, H. W. (1951). The discovery of the infinitesimal calculus, *Nature* 167, 1951, 1048-1050.
VARIGNON, Pierre (1714). Réflexions sur l'usage que la mécanique peut avoir en géométrie, *Mémoires de l'Académie des sciences*, 1714, 77-121.
WALLIS, John (1655). *Arithmetica infinitorum*, London, 1655.
WHITESIDE, D.T. (1964). Isaac Newton : birth of a mathematician, *in Notes and records, Royal Society of London*, 19, 1964, 13-62.
WHITESIDE, D.T. (1966). Newton's marvellous year: 1666 and all that, *in Notes and records, Royal Society of London*, 21, 1966, 32-41.
WHITESIDE, D.T. (1970). The mathematical principles underlying Newton's *Principia mathematica*, *Journal for the History of Astronomy*, 1970, 116-138.

WHITESIDE, D.T. (1976-1981). Notes et commentaires de l'édition critique de Newton (1976-1981).